REGIME DELL'INTERESSE COMPOSTO, FORZA DI INTERESSE E RENDITE

ESERCIZIO 1

Calcolare il montante e l'interesse prodotti (nel regime dell'interesse composto) da ciascuno degli investimenti che seguono:

1) 1.200 euro al 13% annuo per 3 anni e 4 mesi

2) 7.500 euro al tasso istantaneo del 7,5% per 2 anni e sei mesi

Regime dell'interesse composto

Esercizio 1

3

SVOLGIMENTO

1) **C**= 1.200   ***i***=0,13 $\boldsymbol{t}=3+\frac{1}{3}=\frac{10}{3}$

M=C*r(t) = $C*(1+i)^t$

$$M=1.200*(1+0{,}13)^{\frac{10}{3}}=1.803{,}47$$

$$I=M-C=603{,}47$$

Regime dell'interesse composto

Esercizio 1

SVOLGIMENTO

2) **C**= 7.500 δ =0,075 ***t***= 2,5

$$i = e^{\delta} - 1 = e^{0,075} - 1 = 0,07788$$

$$M = 7.500 * (1 + 0,07788)^{2,5} = 9.046,727$$

$$I = M - C = 1.546,7269$$

Regime dell'interesse composto

Esercizio 1

SVOLGIMENTO

Risoluzione alternativa per il quesito 2:

$$r(t) = e^{\partial t}$$

$$M = C * e^{\partial t} = 7.500 * e^{0,075*2,5} = 7.500 * 1,2062 = 9.046,727$$

ESERCIZIO 2

Data la seguente forza di interesse con i=9%:

$$\delta(t) = 2i \cdot t^2$$

calcolare il valore attuale della seguente rendita:

r = (1000; 1500; 1500; 800) / (0; 1; 2; 3)

Forza di interesse

Esercizio 2

ESERCIZIO 2

Forza di interesse: la funzione ∂^t è il fattore di proporzionalità nella produzione del montante. Per definizione si calcola come la derivata logaritmica del fattore di montante.

Utilizzando quindi il calcolo integrale possiamo determinare il fattore di montante conoscendo la forza di interesse.

Forza di interesse

Esercizio 2

SVOLGIMENTO

Calcolo dell'integrale:

$$r(t) = e^{\int_0^t \delta(s)\,ds} = e^{\int_0^t 2i\cdot s^2\,ds} = e^{\left[2i\cdot\frac{s^3}{3}\right]_0^t} = e^{2i\cdot\frac{t^3}{3}}$$

Calcolo del fattore di attualizzazione:

$$v(t) = e^{-2i\cdot\frac{t^3}{3}}$$

Integrale indefinito fondamentale utilizzato per la risoluzione:

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \quad \text{con } n \neq -1$$

Forza di interesse

Esercizio 2

I valori di v(1), v(2) e v(3) si calcolano quindi nel seguente modo:

$$v(1) = e^{-2*0{,}09*\frac{1^3}{3}} = 0{,}9418$$
$$v(2) = e^{-2*0{,}09*\frac{2^3}{3}} = 0{,}6188$$
$$v(3) = e^{-2*0{,}09*\frac{3^3}{3}} = 0{,}1979$$

Il valore attuale della rendita pertanto si calcola come:

VA = 1.000 + 1.500 * v(1) + 1.500 * v(2) + 800 * v(3) = **3.499,14**

Forza di interesse

Esercizio 2

t	Flussi	Fattore di attualizzazione
0	1000	
1	1500	0,9418
2	1500	0,6188
3	800	0,1979

VA= € 3.499,14

ESERCIZIO 3

Per l’acquisto di una attrezzatura il cui prezzo di listino è di 50.000.000 euro un’azienda industriale ricorre alla seguente formula di pagamento: versamento del 20% del prezzo e contemporaneo pagamento delle spese di gestione della pratica ammontare è di 300.000 euro, versamento immediato posticipato di 12 canoni (rate) bimestrali costanti ed, infine, insieme all’ultimo canone, pagamento del valore residuo del bene prefissato al 3,5% del prezzo di listino. Sapendo che il tasso di equilibrio dell’operazione è pari al 20%, calcolare:

1) l’importo del canone;
2) quale sarebbe stato il prezzo di listino se il canone fosse risultato di 4.000.000 di euro (rimanendo invariate le spese di gestione, il versamento anticipato pari al 20% di 50.000.000 e il valore residuo).

Le rendite

Esercizio 3

SVOLGIMENTO

Il tasso di equilibrio è il 20% per cui:

$$50.000.000 = 10.000.000 + 300.000 + C * a_{12\neg i_{\frac{1}{6}}} + 1.750.000 * (1+i)^{-2}$$

LA NOSTRA UNICA INCOGNITA E' C. Sostituiamo i=20% all'equazione appena impostata e risolviamo.

$$\frac{50.000.000 - 10.000.000 - 300.000 - 1.750.000 * (1+i)^{-2}}{a_{12\neg i_{\frac{1}{6}}}} = C$$

C=3.885.975,77

Le rendite

Esercizio 3

SVOLGIMENTO

La formula per calcolare $a_{12\neg i_{\frac{1}{6}}}$ è la seguente:

$$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = a_{n\rceil\; i}$$

La formula per calcolare $i_{\frac{1}{6}}$ è la seguente (si ipotizza il regime dell'interesse composto):

$$i_{1/m} = (1+i)^{1/m} - 1$$

DOMANDA: Perché utilizziamo $i_{\frac{1}{6}}$?

RISPOSTA: Perché i canoni versati sono bimestrali e quindi dobbiamo trasformare il tasso annuo nominale *i* in un tasso bimestrale.

SVOLGIMENTO

Infine, in presenza di un canone bimestrale pari a 4.000.000 di euro il prezzo di listino dell'attrezzatura sarebbe stato pari ad euro 51.129.237,87.

Per calcolarlo è bastato rieseguire il calcolo precedente sostituendo a C il valore di 4.000.000 di euro.

$$10.000.000 + 300.000 + 4.000.000 * a_{12\neg i_{\frac{1}{6}}} + 1.750.000 * (1+i)^{-2}$$

Prezzo di listino = 51.129.237,87