

Esercitazione 1:

Calcolo degli Interessi

1. Regime finanziario dell'interesse semplice (RFIS)
2. Regime finanziario dello sconto commerciale (RFSC)
3. Regime finanziario dell'interesse composto (RFIC)
4. Tassi equivalenti
5. Tassi nominali
6. Forza d'interesse

Regime Finanziario Interesse Semplice

Esercizio 1 - RFIS

- Calcolare il montante e l'interesse di un capitale $C = 3.000$ per 2 anni al tasso $i = 8\%$
- Montante: $M = 3.000 * (1 + 0.08 * 2)$ $M = 3.480$
- Interesse: $I = 3.000 * 0.08 * 2$ $I = 480$

Esercizio 2 - RFIS

- Calcolare il montante e l'interesse di un capitale $C = 15.000$ investito per 6 anni e 5 mesi al tasso $i = 10\%$

- Montante :
$$M = 15.000 * \left[1 + 0,10 * \left(6 + \frac{5}{12} \right) \right]$$

$$M = 24.625$$

- Interesse:
$$I = 15.000 * 0,10 * \left(6 + \frac{5}{12} \right) = M - C$$

$$I = 9.625$$

Esercizio 3 - RFIS

- Calcolare il capitale che, investito al tasso del 8% per 5 anni e 9 mesi, produce un montante $M = 15.000$

- Capitale:
$$C = \frac{15.000}{1 + 0,08 * \left(5 + \frac{9}{12}\right)}$$

$$C = 10.273,97$$

Esercizio 4 - RFIS

- Calcolare a quale tasso d'interesse annuale un capitale $C = 50.000$ produce in 7 anni e 3 mesi un montante $M=75.000$

- Tasso d'interesse:
$$i = \left(\frac{75.000}{50.000} - 1 \right) * \frac{1}{\left(7 + \frac{3}{12} \right)}$$

$$i = 0,06897 = 6,897\%$$

Esercizio 5 - RFIS

- Calcolare il tempo necessario affinché un capitale $C=100.000$, investito al tasso $i=7,5\%$, produca un montante $M=200.000$

- Tempo:
$$t = \left(\frac{200.000}{100.000} - 1 \right) * \frac{1}{0,075}$$

$$t = 13,33 = 13 \text{ anni e } 4 \text{ mesi}$$

N.B. Come convertire le cifre decimali in

- Mesi: $0,33333 = \frac{x}{12}$

$$x = 4 \text{ mesi}$$

- Giorni: $0,33333 = \frac{x}{360}$

$$x = 120 \text{ giorni}$$

Regime Finanziario Sconto Commerciale

Esercizio 6 - RFSC

- Calcolare il Montante di un capitale $C = 2.000$ investito per 1 anno e 3 mesi al tasso $i = 5\%$

- Tasso di sconto: $d = \frac{0.05}{1 + 0.05} \quad d = 0.047619$

- Montante:
$$M = 2.000 * \frac{1}{1 - 0.047619 * \frac{15}{12}}$$

$$M = 2.126,58$$

Esercizio 7 - RFSC

- Calcolare il Capitale che, investito al tasso $i=10\%$ per 2 anni, produce un montante $M = 3.000$

- Tasso di sconto: $d = \frac{0.10}{1 + 0.10}$ $d = 0.09090909$

- Capitale: $C = 3.000 * (1 - 0.09090909 * 2)$

$$C = 2.454,55$$

Regime Finanziario

Interesse Composto

Esercizio 8 - RFIC

- Calcolare il Montante e l'Interesse prodotti investendo un capitale pari a 3.000 al tasso $i = 12\%$ per 5 anni e 3 mesi

- Montante: $M = 3.000 * [1 + 0,12]^{(5+\frac{3}{12})}$

$$M = 5.438,96$$

- Interesse: $I = 5.438,96 - 3.000$

$$I = 2.438,96$$

Esercizio 9 - RFIC

Se il tasso d'interesse vigente è del 7% annuo, conviene pagare € 5.000 oggi oppure € 1.000 oggi €4.500 tra 2 anni?

- Valore Attuale₁ = 5.000
- Valore attuale₂ = $1.000 + 4.500 \cdot (1,07)^{-2} = 4.930,47$
- Conviene la seconda alternativa, perché il valore attuale (prezzo) è più basso.

Esercizio 10 - RFIC

- Se il tasso d'interesse vigente è del 3% annuo, conviene pagare € 10.000 oggi oppure € 5.500 tra 6 mesi e € 5.500 tra 1 anno?
- Valore Attuale₁ = 10.000
- Valore attuale₂ = $5.500 * (1,03)^{-0,5} + 5.500 * (1,03)^{-1} = 10.759,12$
- Conviene la prima alternativa, perché il valore attuale (prezzo) è più basso.

Esercizio 11 - RFIC

- Calcolare il tasso d'interesse di un investimento di un capitale $C=1.200$, che restituisce un montante $M=1.500$ tra 2 anni.

- Tasso d'interesse:
$$i = \left(\frac{1.500}{1.200} \right)^{\frac{1}{2}} - 1$$

$$i = 0,118033988$$

$$i = 11,80\%$$

Esercizio 12 - RFIC

- Calcolare il tempo necessario affinché un capitale $C=3.000$, investito al tasso $i = 4\%$, produca un montante pari a 4.500.

- Tempo:
$$t = \frac{\ln \left(\frac{4.500}{3.000} \right)}{\ln (1,04)}$$

$$t = 10,3380$$

Tassi equivalenti

Esercizio 13 - Tassi equivalenti (RFIC)

- Dato il tasso annuo $i = 15\%$, determinare i seguenti tassi equivalenti: il tasso semestrale $i_{1/2}$, il tasso quadrimestrale $i_{1/3}$, il tasso trimestrale $i_{1/4}$, il tasso mensile $i_{1/12}$ e il tasso giornaliero $i_{1/365}$.
- Tasso semestrale: $i_{\frac{1}{2}} = (1 + 0,15)^{\frac{1}{2}} - 1$ $i_{\frac{1}{2}} = 0,072381$
- Tasso quadrimestrale: $i_{\frac{1}{3}} = (1 + 0,15)^{\frac{1}{3}} - 1$ $i_{\frac{1}{3}} = 0,04769$

Esercizio 13 - Tassi equivalenti (RFIC)

- Tasso trimestrale: $i_{\frac{1}{4}} = (1 + 0,15)^{\frac{1}{4}} - 1$ $i_{\frac{1}{4}} = 0,03556$
- Tasso mensile: $i_{\frac{1}{12}} = (1 + 0,15)^{\frac{1}{12}} - 1$ $i_{\frac{1}{12}} = 0,011715$
- Tasso giornaliero: $i_{\frac{1}{365}} = (1 + 0,15)^{\frac{1}{365}} - 1$ $i_{\frac{1}{365}} = 0,000383$

Tassi nominali

Esercizio 14 – Tassi nominali

- Dato il tasso nominale $j(m) = 12\%$, calcolare il tasso effettivo semestrale $i_{1/2}$, il tasso effettivo mensile $i_{1/12}$.

- Tasso semestrale:

$$i_{\frac{1}{2}} = \frac{0,12}{2} = 0,06$$

- Tasso mensile:

$$i_{\frac{1}{12}} = \frac{0,12}{12} = 0,01$$

Esercizio 15 - Tasso istantaneo δ

- Dato il tasso effettivo annuo $i = 25\%$, calcolare il tasso istantaneo δ , il fattore di montante, il fattore di attualizzazione. Inoltre, calcolare il montante di un capitale $C=1.000$ investito per 4 anni.
- Tasso istantaneo: $\delta = \ln(1 + 0,25) = 0,22314 = 22,31\%$
- Fattore di montante: $r(t) = (1 + i)^t = e^{\delta \cdot t} = e^{0,22314} = 1,25$
- Fattore di attualizzazione: $v(t) = (1 + i)^{-t} = e^{-\delta \cdot t} = e^{-0,22314} = 0,8$

Esercizio 15 - Tasso istantaneo δ

- Montante:

$$M = 1.000 * (1,25)^4 = 1.000 * e^{0,22314*4} = 2.441,37$$

The image features a solid blue background. At the top, there are several overlapping, wavy lines in various shades of blue, creating a sense of movement and depth. The text 'Forza d'interesse' is centered in the middle of the image.

Forza d'interesse

Esercizio 16 - Forza d'Interesse

- Determinare il Montante di un capitale $C=2.000$, per un periodo di un anno e mezzo nota la forza d'interesse:

$$\delta(t) = \frac{t}{10}$$

- Montante: $M = C * e^{\int_0^t \delta(s) ds}$

- Risolviamo l'integrale:

$$\int_0^t \frac{s}{10} ds = \frac{1}{10} * \left[\frac{s^2}{2} \right]_0^t = \frac{1}{10} * \left[\frac{t^2}{2} - 0 \right] = \frac{1}{10} * \frac{1,5^2}{2} = 0,1125$$

Esercizio 16 - Forza d'Interesse

- Montante:

$$M = 2.000 * e^{0,1125} = 2.238,14$$

Esercizio 17 – Forza d'interesse

- Determinare il Montante di un capitale $C=8.000$, per un periodo di un anno e mezzo nota la forza d'interesse:

$$\delta(t) = \frac{4t + 2}{100}$$

- Risolviamo l'integrale:

$$\int_0^t \frac{4s + 2}{100} ds = \int_0^t \frac{4s}{100} ds + \int_0^t \frac{2}{100} ds = \frac{4}{100} * \left[\frac{s^2}{2} \right]_0^t + \frac{2}{100} * [s]_0^t = 0,075$$

- Montante: $M = 8.000 * e^{0,075} = 8.623,07$

Esercizio 18 – Forza d'interesse

- Determinare il Valore Attuale di un capitale $C=10.000$ disponibile tra 2 anni e 3 mesi, nota la forza d'interesse di seguito riportata:

$$\delta(t) = \frac{3^t}{100}$$

- Valore attuale: $VA = C * e^{-\int_0^t \delta(s) ds}$

- Risolviamo l'integrale:

$$\int_0^t \frac{3^s}{100} ds = \frac{1}{100} * \int_0^t 3^s ds = \frac{1}{100} * \left[\frac{3^s}{\ln(3)} \right]_0^t = \frac{1}{100} * \left[\frac{3^t}{\ln(3)} - \frac{3^0}{\ln(3)} \right] = 0,0987124$$

Esercizio 18 – Forza d'interesse

- Valore attuale:

$$VA = 10.000 * e^{-0,0987124} = 9.060,03$$