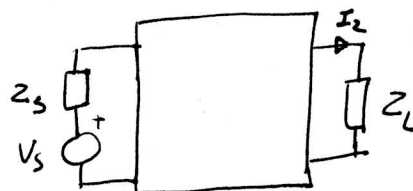


Per una rete due porte reciproca e priva di perdite, deve risultare
 ~~$P_{in} = P_{out}$~~ uguale il disadattamento alle due porte

Consideriamo la rete connessa come
 nella figura a lato



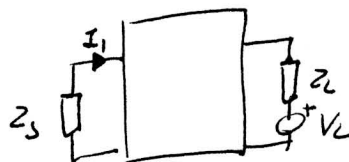
Finché P_{in} , la potenza entrante, è trasferita
 al carico vale

$$P_{in} = \frac{1}{2} R_{in} \cdot \frac{|V_s|^2}{|Z_s + Z_{in}|^2} = P_L = \frac{1}{2} R_L |I_2|^2 \quad (1)$$

e $R_{in} = \text{Re}(Z_{in})$, Z_{in} è l'impedenza che corrisponde a P_{in}

Inserendo ora un generatore in serie a Z_L si ha anche

$$\frac{1}{2} R_{out} \cdot \frac{|V_L|^2}{|Z_L + Z_{out}|^2} = \frac{1}{2} R_S |I_1|^2$$



Dal teorema di reciprocità $\frac{V_s}{I_2} = - \frac{V_L}{I_1}$

e sostituendo

$$\frac{1}{2} R_{out} \frac{|V_s|^2}{|Z_L + Z_{out}|^2} = \frac{1}{2} R_S |I_2|^2 \quad (2)$$

Moltiplicando la (1) per R_S e la (2) per R_L si ha

$$\frac{R_{in} R_S}{|Z_{in} + Z_s|^2} = \frac{R_L R_{out}}{|Z_L + Z_{out}|^2}$$

ovvero la stessa efficienza di disadattamento alle due porte

$$\cancel{\Gamma_{IN} \cdot \Gamma_S} = \cancel{\frac{Z_{IN} - Z_0}{Z_{IN} + Z_0}}$$

(2)

il primo membro vale

$$\frac{(1 - |\Gamma_S|^2)(1 - |\Gamma_{IN}|^2)}{|1 - \Gamma_S \Gamma_{IN}|^2}$$

infatti si calcolano il denominatore

$$1 - \Gamma_S \Gamma_{IN} = \frac{(Z_S + Z_0)(Z_{IN} + Z_0) - (Z_S - Z_0)(Z_{IN} - Z_0)}{(Z_S + Z_0)(Z_{IN} + Z_0)} =$$

$$= \frac{2(Z_S + Z_{IN})Z_0}{(Z_S + Z_0)(Z_{IN} + Z_0)} \quad \text{e} \quad \frac{1}{|1 - \Gamma_S \Gamma_{IN}|^2} = \frac{|Z_S + Z_0|^2 |Z_{IN} + Z_0|^2}{4 Z_0^2 |Z_S + Z_{IN}|^2}$$

mentre

$$1 - |\Gamma_S|^2 = \frac{|Z_S + Z_0|^2 - |Z_S - Z_0|^2}{|Z_S + Z_0|^2} = \frac{2 \operatorname{Re}(Z_0 Z_S)}{|Z_S + Z_0|^2} = \frac{2 Z_0 R_S}{|Z_S + Z_0|^2}$$

e analogamente $1 - |\Gamma_{IN}|^2 = \frac{2 Z_0 R_{IN}}{|Z_S + Z_0|^2}$

combinando si ottiene $\frac{R_{IN} R_S}{|Z_S + Z_{IN}|^2}$

Potendo due volte

$$\frac{(1 - |\Gamma_S|^2)(1 - |\Gamma_{IN}|^2)}{|1 - \Gamma_S \Gamma_{IN}|^2} = \frac{(1 - |\Gamma_L|^2)(1 - |\Gamma_{OUT}|^2)}{|1 - \Gamma_L \Gamma_{OUT}|^2}$$