

1 ARRAY LINEARE

Un array é un insieme di antenne (uguali) alimentate in modo coerente, ovvero alimentate tutte da una singola sorgente mediante una rete (BFN) che distribuisce la potenza alle singole antenne, in modo uguale (array uniforme) o diverso. La medesima rete provvede, in ricezione, a combinare i segnali (tensioni a vuoto) ricevuti dalle varie antenne per fornire il segnale complessivamente ricevuto dall'array.

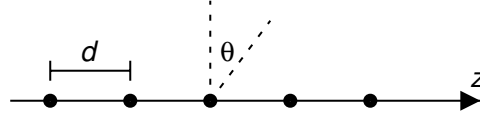


Figura 1: Array lineare equispaziato.

Considereremo BFN ideali, tali che se I_A é la corrente di alimentazione e $a_n I_A$ la corrente della n-esima antenna, allora il segnale complessivamente ricevuto vale $S_A = \sum a_n S_n$, essendo S_n il segnale ricevuto dalla n-esima antenna. Nel nostro caso siamo interessati all'utilizzo di questo array come sensore radar. Consideriamo l'oggetto da identificare in campo lontano dalla singola antenna e anche lontano dall'array: $r \gg L$ essendo r la distanza array-oggetto e L la lunghezza totale dell'array. Invece non supporremo che l'oggetto sia in zona di Fraunhofer dell'intero array. In altri termini considereremo dapprima il caso generale e solo poi lo specializzeremo al caso $r > r_F = \frac{2L^2}{\lambda}$ ovvero oggetto in zona di Fraunhofer dell'array.

Se l'oggetto é in posizione (r, θ) , il campo sull'oggetto vale, nelle ipotesi fatte

$$E_i(r, \theta) = \sum \frac{j\zeta a_n I_A}{2\lambda r} h(\theta) e^{-j\beta|\underline{r}-\underline{r}_n|} = \frac{j\zeta I_A h(\theta)}{2\lambda r} e^{-j\beta r} \sum a_n e^{-j\beta\{|\underline{r}-\underline{r}_n|-r\}} \quad (1)$$

essendo \underline{r}_n la posizione della n-esima antenna dell'array e $h(\theta)$ l'altezza efficace dell'antenna singola. La sommatoria nell'ultimo termine prende il nome di *fattore di array a distanza r*: $F(r, \theta)$ e quindi

$$E_i(r, \theta) = \frac{j\zeta I_A}{2\lambda r} e^{-j\beta r} h(\theta) F(r, \theta) \quad (2)$$

il campo diffuso dall'oggetto vale $E_d = \gamma E_i(r, \theta) \frac{e^{-j\beta|\underline{r}|}}{\sqrt{4\pi}|\underline{r}|}$ con γ legato alla sezione radar da $\sigma = |\gamma|^2$.

La tensione a vuoto totale sull'array vale

$$\begin{aligned} S_a &= \sum a_n S_n = \sum a_n h(\theta) E_d(\underline{r}_n) = \\ &= \sum a_n h(\theta) \gamma \frac{E_i(r, \theta)}{\sqrt{4\pi} r} e^{-j\beta\{|\underline{r}-\underline{r}_n|\}} = \\ &= \frac{\gamma h(\theta)}{\sqrt{4\pi} r} \frac{j\zeta I_A}{2\lambda r} h(\theta) e^{-2j\beta r} F(r, \theta) \sum a_n e^{-j\beta\{|\underline{r}-\underline{r}_n|-r\}} \end{aligned} \quad (3)$$

Si trova quindi S_A proporzionale a $h^2(\theta) \cdot F^2(r, \theta)$.

Normalmente $h(\theta)$ é molto largo, rispetto alle variazioni di $F(r, \theta)$, e quindi le proprietà direzionali del radar dipendono essenzialmente da quest'ultimo.

In campo lontano, $r > r_F$, va modificato solo $F(r, \theta)$. Infatti si può porre

$$|\underline{r} - \underline{r}_n| - r = [r - \underline{i}_r \cdot \underline{r}_n] - r = -\underline{i}_r \cdot \underline{r}_n \quad (4)$$

essendo \underline{i}_r il versore che punta verso l'oggetto. Il fattore di array a distanza r viene sostituito da un fattore di array in campo lontano, detto semplicemente *fattore di array*.

$$F(r, \theta) \longrightarrow F(\infty, \theta) = F(\theta) = \sum a_n e^{j\beta \underline{i}_r \cdot \underline{r}_n} \quad (5)$$

Nel caso di un array lineare equispaziato (Fig. 1), con spaziatura d non superiore a $0.7-0.8 \lambda$ si ha

$$\underline{r}_n = n d \underline{i}_r \quad (6)$$

$$\underline{i}_r \cdot \underline{r}_n = n d \sin \theta \quad (7)$$

$$F(\theta) = \sum a_n e^{jn\beta d \sin \theta} \quad (8)$$

2 ARRAY UNIFORME - RISOLUZIONE RADAR

Le prestazioni del nostro radar dipendono dal segnale ricevuto S_A , al variare di θ . Un radar deve infatti discriminare oggetti diversi posti ad angoli θ diversi (oppure realizzare mappe al variare di θ).

Valutiamo quantitativamente queste prestazioni nel caso di array uniforme ($a_n = 1$), in campo lontano, per un array di $2N + 1$ antenne. A seconda della posizione θ del nostro oggetto (rispetto alla normale all'array) cambierà il segnale ricevuto S_A . In particolare il massimo valore di S_A si ha quando é massima

$$F(\theta) = \sum_{n=-N}^N e^{jn\beta d \sin \theta} \quad (9)$$

e questo avviene quando gli esponenziali sono tutti in fase (o la differenza é multipla di $2p\pi$). In particolare gli esponenziali sono in fase per $\theta = 0$, dove $F(0) = 2N + 1$.

Quindi il segnale S_A é massimo se l'oggetto é posto di fronte all'array. Se l'angolo θ dell'oggetto varia (o se l'array ruota con l'oggetto fermo) questo segnale si riduce al crescere di θ . Questo fatto può essere spiegato considerando che $F(\theta)$ é la somma di $2N + 1$ numeri complessi, ovvero vettori, di ampiezza unitaria. Tali numeri complessi si trovano sul cerchio unitario, tutti coincidenti

per $\theta = 0$.

Al crescere di θ questi numeri complessi si allontanano (vedi figura), finché esisterà un valore di θ , che indicheremo con θ_π per il quale i punti sono equispaziati sul cerchio.

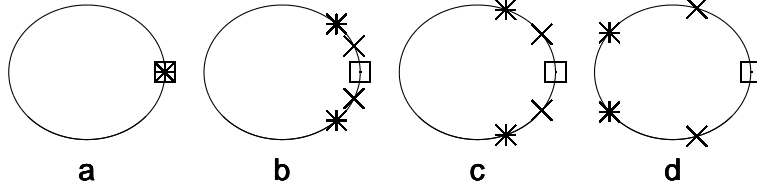


Figura 2: Posizione degli addendi di $F(\theta)$. a: $\theta = 0$; b,c: θ crescenti; d: $\theta = \theta_\pi$.

È facile vedere che per $\theta \in (0, \theta_\pi)$ la somma dei numeri complessi è minore di $2N + 1$ e in particolare, per $\theta = \theta_\pi$, risulterà $F(\theta_\pi) = 0$ per simmetria.

Il valore di θ_π si ottiene notando che per $\theta = \theta_\pi$ la differenza di fase tra due esponenziali successivi ($\beta d \sin \theta$) deve essere pari a $\frac{2\pi}{2N+1}$, per cui

$$\sin \theta_\pi = \frac{2\pi}{\beta d(2N+1)} \quad (10)$$

ovvero, essendo $\theta_\pi \ll 1$,

$$\theta_\pi \simeq \frac{\lambda}{(2N+1)d} = \frac{\lambda}{L} \quad (11)$$

Due oggetti distanti θ_π sono distinguibili dal nostro radar, in quanto se il radar punta sul primo (ovvero se il minimo si trova a $\theta = 0$), il secondo si troverà a $\theta = \theta_\pi$ e quindi il segnale S_A conterrà solo l'eco del primo oggetto.

Per $\theta > \theta_\pi$ il valore di $|F(\theta)|$ rimane comunque piccolo: siamo nella zona dei lobi laterali, che per un array uniforme ha un livello di -13.3 dB . Quindi se il secondo oggetto si trova per $\theta > \theta_\pi$, il suo eco è comunque piccolo, mentre se si trova per $\theta < \theta_\pi$ l'eco è molto più grande.

Possiamo quindi dire che il nostro array ha una risoluzione angolare pari a $\frac{\lambda}{L}$.

Questa "definizione" di risoluzione angolare va bene per un radar di avviamento (come quello descritto). Nel caso di un radar di immagine, invece, siamo interessati a valutare la risoluzione come dimensione da assegnare alla cella di risoluzione (*pixel*) dell'immagine. In altri termini la nostra immagine è discretizzata in celle, e ad ogni cella è associato un unico valore della grandezza di interesse (ad esempio la sezione radar differenziale σ^o). La dimensione della cella deve essere tale che oggetti nella stessa cella non siano distinguibili, mentre lo siano oggetti in celle adiacenti.

Se consideriamo l'andamento di $F(\theta)$ vediamo che oggetti posti vicino a $\theta = 0$ vengono illuminati assieme e quindi i relativi echi sono sovrapposti. Pertanto risulta naturale scegliere una cella di risoluzione pari alla dimensione della zona in cui $|F(\theta)| \simeq 2N + 1$ (zona illuminata).

D'altra parte oggetti a distanza θ_π si devono trovare in celle di risoluzione adiacenti, per cui, per una analisi non dettagliata dei sistemi radar di immagine,

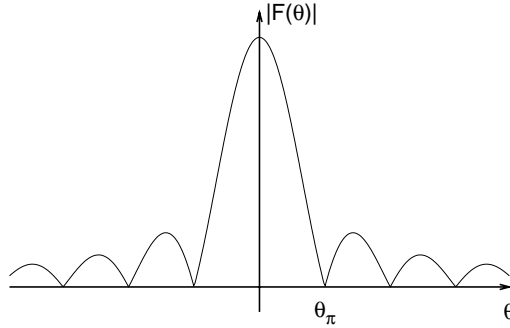


Figura 3: Fattore di un array uniforme.

possiamo assumere la lunghezza della zona illuminata pari ancora a $\frac{\lambda}{L}$.

In realtà, i sensori per radar di immagine utilizzano array con distribuzioni a_n non costanti ma rastremate, in modo da ridurre il livello dei lobi laterali (e quindi il segnale "interferente" dovuto all'eco di un oggetto non illuminato). Per tali distribuzioni, ed anche per quelle uniformi, va valutata, se necessario, in maniera precisa la larghezza della zona illuminata, che comunque ha sempre una estensione non lontana da $\frac{\lambda}{L}$.

3 ARRAY PLANARI

Nei sistemi di telerilevamento i sensori sono in realtà array planari, costituiti da un reticolo planare di antenne, come in figura.

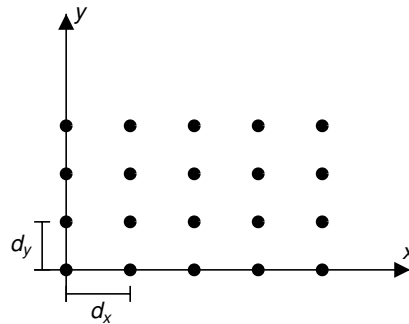


Figura 4: Array planare uniforme.

Per un array planare indichiamo con $a_{nm}I_A$ la corrente dell'antenna (n, m) , ovvero posta sulla n-esima riga e m-esima colonna. Tutte le considerazioni del

paragrafo sugli array lineari restano valide a patto di usare come posizione della antenna \underline{r}_{nm} , salvo che ovviamente il fattore di array (sia a distanza r , sia in campo lontano) dipenderá anche da φ .

In particolare

$$F(\theta, \varphi) = \sum a_{nm} e^{j\beta \underline{i}_r \cdot \underline{r}_{nm}} \quad (12)$$

Ora $\underline{r}_{nm} = nd_x \underline{i}_x + md_y \underline{i}_y$ per un array equispaziato e se $a_{nm} = a_{xn} a_{ym}$ (array separabile, in cui ricade ovviamente anche un array uniforme)

$$\begin{aligned} F(\theta, \varphi) &= \sum a_{xn} a_{ym} e^{j\beta \underline{i}_r \cdot nd_x \underline{i}_x} e^{j\beta \underline{i}_r \cdot md_y \underline{i}_y} = \\ &= \sum a_{xn} e^{j\beta \underline{i}_r \cdot nd_x \underline{i}_x} \sum a_{ym} e^{j\beta \underline{i}_r \cdot md_y \underline{i}_y} \end{aligned} \quad (13)$$

$F(\theta, \varphi)$ é quindi il prodotto del fattore di array di un array lineare lungo x e di un array lineare lungo y .

Poiché $\underline{i}_r \cdot \underline{i}_x = \sin \theta \cos \varphi$ e $\underline{i}_r \cdot \underline{i}_y = \sin \theta \sin \varphi$ segue

$$F(\theta, \varphi) = F_x(\theta, \varphi) F_y(\theta, \varphi) \quad (14)$$

con

$$F_x(\theta, \varphi) = \sum a_{xn} e^{j\beta nd_x \sin \theta \cos \varphi} \quad (15)$$

$$F_y(\theta, \varphi) = \sum a_{ym} e^{j\beta md_y \sin \theta \sin \varphi} \quad (16)$$

Le proprietá del fattore di array di un array lineare possono quindi essere utilizzate anche separatamente per F_x e F_y per ottenere le proprietá di un array planare. Se le antenne sono rispettivamente $2N+1$ e $2M+1$ la zona illuminata é ellittica, con dimensioni $\frac{\lambda}{(2N+1)d_x} = \frac{\lambda}{L}$ in direzione x e $\frac{\lambda}{(2M+1)d_y} = \frac{\lambda}{W}$ in direzione y .

Notiamo infine che per un array planare uniforme l'area efficace coincide con l'area fisica (purché le spaziature non siano superiori a $0.7-0.8 \lambda$) e vale quindi WL .

Ne segue che $G = \frac{4\pi}{\lambda^2} WL$.

4 PHASED ARRAY

Col termine *Phased Array* si indica un array in cui le eccitazioni non sono costanti, ma hanno una progressione di fase lineare. Come vedremo, il massimo di irradiazione di un tale array é spostato rispetto alla direzione di *broadside* (ovvero nella direzione ortogonale all'array).

Consideriamo allora un array lineare di eccitazioni $a_n = e^{-jn\alpha}$. Il fattore di array in campo lontano vale

$$F(\theta) = \sum_{n=-N}^N a_n e^{jn\beta d \sin \theta} = \sum_{n=-N}^N e^{jn(\beta d \sin \theta - \alpha)}$$

L'espressione precedente si ottiene da (9) sostituendo $\beta d \sin \theta$ con $\beta d \sin \theta - \alpha$ ed é quindi possibile estendere la discussione che segue la (9).

Il segnale ricevuto da un radar che usi questo fattore di array è massimo quando l'oggetto si trova in una direzione θ_M in cui tutti gli esponenziali sono in fase, ovvero per cui

$$\beta d \sin \theta_M - \alpha = 0 \quad (17)$$

Segue

$$\sin \theta_M = \frac{\alpha}{\beta d}$$

Analogamente, il primo zero θ_π si ottiene quando gli esponenziali sono equispaziati sul cerchio complesso, ovvero se

$$\beta d \sin \theta_\pi - \alpha = \frac{2\pi}{2N+1}$$

Sostituendo α dalla (17) segue

$$\sin \theta_\pi - \sin \theta_M = \frac{2\pi}{\beta d(2N+1)} = \frac{\lambda}{L}$$

Analogamente a prima, la distanza $\theta_\pi - \theta_M$ è sostanzialmente pari al lobo a 3 dB della antenna. Posto $\Delta\theta_3 = \theta_\pi - \theta_M$ si ha

$$\sin \theta_\pi - \sin \theta_M = \sin(\theta_M + \Delta\theta_3) - \sin \theta_M = \sin \theta_M (\cos \Delta\theta_3 - 1) + \cos \theta_M \sin \Delta\theta_3$$

Possiamo ancora assumere $\Delta\theta_3 \ll 1$ e quindi approssimare $\cos \Delta\theta_3 \simeq 1$ e $\sin \Delta\theta_3 \simeq \Delta\theta_3$. Sostituendo segue

$$\sin \theta_\pi - \sin \theta_M \simeq \cos \theta_M \Delta\theta_3$$

da cui

$$\Delta\theta_3 = \frac{\lambda}{L \cos \theta_M} \quad (18)$$

che generalizza quanto visto per un array uniforme.

La (18) può essere giustificata dicendo che quello che determina l'ampiezza angolare del fattore di array è la lunghezza dell'array *ortogonale* alla direzione di massimo, ovvero $L \cos \theta_M$.

Indice

1	ARRAY LINEARE	1
2	ARRAY UNIFORME - RISOLUZIONE RADAR	2
3	ARRAY PLANARI	4
4	PHASED ARRAY	5