

Le Opzioni finanziarie

Portafoglio composto da:
1 *Azione*, 1 *Call* acquistata, 1 *Put* venduta

Esercizio 1

- Un portafoglio è formato da un'*Azione*, una *Call* acquistata e da una *Put* venduta.
- Il titolo azionario sottostante l'opzione vale 100 all'epoca 0, la *Call* e la *Put* hanno *strike price* (K) pari, rispettivamente, a 95 e 105. Inoltre $u=1.2$, $d=0,90$, $i=0,03$, $T=2$.
- Con riferimento al portafoglio così composto calcolare:
- valore all'epoca 0, il valore a scadenza nei vari possibili scenari, il valore atteso;
- i TIR associati ai vari possibili scenari e il TIR atteso.
- Indicare inoltre il prezzo della *Call* e della *Put*.

Esercizio 1 - soluzione

- Portafoglio = 1 Azione + 1 Call - 1 Put
- $A_0 = 100$
- $K_{\text{call}} = 95$
- $K_{\text{put}} = 105$
- $u = 1,2$
- $d = 0,9$
- $i = 3\%$
- $T = 2$

Esercizio 1 - soluzione

- Probabilità “neutrale rispetto al rischio”:

$$\pi = \frac{1 + i - d}{u - d} = 0,43333$$

$$1 - \pi = 0,56666$$

Esercizio 1 - soluzione

- In base al modello CRR (Cox-Ross-Rubinstein) il corso azionario a scadenza, A_T , sapendo che $T = 2$, può seguire 3 possibili scenari:

- Due rialzi:

$$A_T = A * u^2 = 100 * 1,2^2 = 144$$

- Un rialzo e un ribasso (o viceversa):

$$A_T = A * u * d = 100 * 1,2 * 0,9 = 108$$

- Due ribassi:

$$A_T = A * d^2 = 100 * 0,9^2 = 81$$

Esercizio 1 - soluzione

- Ad ogni possibile valore del titolo azionario sottostante a scadenza ($T=2$) possiamo associare un *payoff*.
Quindi:
- 3 possibili *payoff* per la *Call*:

$$C_{uu} = \text{Max}(A_{uu} - K; 0) = \text{Max}(144 - 95; 0) = 49$$

$$C_{ud} = \text{Max}(A_{ud} - K; 0) = \text{Max}(108 - 95; 0) = 13$$

$$C_{dd} = \text{Max}(A_{dd} - K; 0) = \text{Max}(81 - 95; 0) = 0$$

Esercizio 1 - soluzione

- 3 possibili *payoff* per la *Put*:

$$P_{uu} = \text{Max}(K - A_{uu}; 0) = \text{Max}(105 - 144; 0) = 0$$

$$P_{ud} = \text{Max}(K - A_{ud}; 0) = \text{Max}(105 - 108; 0) = 0$$

$$P_{dd} = \text{Max}(K - A_{dd}; 0) = \text{Max}(105 - 81; 0) = 24$$

Esercizio 1 - soluzione

- Calcolo il prezzo della *Call*:

$$C = \frac{\pi^2 * C_{uu} + 2 * \pi * (1 - \pi) * C_{ud} + (1 - \pi)^2 * C_{dd}}{(1 + i)^2} = 14,69$$

- Calcolo il prezzo della *Put*:

$$P = \frac{\pi^2 * P_{uu} + 2 * \pi * (1 - \pi) * P_{ud} + (1 - \pi)^2 * P_{dd}}{(1 + i)^2} = 7,26$$

Esercizio 1 - soluzione

- Calcolo il prezzo del ptf (valore all'epoca 0):

$$V_0 = A + C - P = 100 + 14,69 - 7,26 = 107,43$$

- Calcolo il valore del ptf a scadenza, nei 3 possibili scenari:

$$V_{uu} = A_{uu} + C_{uu} - P_{uu} = 144 + 49 - 0 = 193$$

Esercizio 1 - soluzione

- Calcolo il valore del ptf a scadenza, nei 3 possibili scenari:

$$V_{ud} = A_{ud} + C_{ud} - P_{ud} = 108 + 13 - 0 = 121$$

$$V_{dd} = A_{dd} + C_{dd} - P_{dd} = 81 + 0 - 24 = 57$$

Esercizio 1 - soluzione

- Calcolo il valore atteso del ptf:

$$V_{atteso} = \pi^2 * V_{uu} + 2 * \pi * (1 - \pi) * V_{ud} + (1 - \pi)^2 * V_{dd} = 113,97$$

Esercizio 1 - soluzione

- Calcolo il TIR atteso:

$$TIR_{atteso} = \sqrt{\frac{V_{atteso}}{V_0}} - 1 = 3\%$$

- Calcolo il TIR nei 3 possibili scenari:

$$TIR_{uu} = \sqrt{\frac{V_{uu}}{V_0}} - 1 = 34,03\%$$

Esercizio 1 - soluzione

- Calcolo il TIR nei 3 possibili scenari:

$$TIR_{ud} = \sqrt{\frac{V_{ud}}{V_0}} - 1 = 6,13\%$$

$$TIR_{dd} = \sqrt{\frac{V_{dd}}{V_0}} - 1 = -27,16\%$$

Le Opzioni finanziarie

Portafoglio composto da:

1 ZCB, 1 Call, 1 Put

Esercizio 2

- Un portafoglio è formato da uno ZCB che scade all'epoca 2 e rimborsa 100, da una *Call* biennale ($A_0=K=100$; $u=1,15$, $d=0,85$, $i = 0,04$) e da una *Put* dotata delle stesse caratteristiche.
- Calcolare:
- il prezzo della *Call* e della *Put*;
- il valore del portafoglio (ZCB + *Call* + *Put*) all'epoca 0, i 3 possibili valori del portafoglio all'epoca 2, e il valore atteso;
- il TIR atteso, e i TIR nei 3 possibili scenari.

Esercizio 2 - soluzione

- Portafoglio = 1 ZCB + 1 Call + 1 Put
- $A_0 = 100$
- $K_{\text{call}} = 100$
- $K_{\text{put}} = 100$
- $u = 1,15$
- $d = 0,85$
- $i = 4\%$
- $T = 2$

Esercizio 2 - soluzione

- Probabilità “neutrale rispetto al rischio”:

$$\pi = \frac{1 + i - d}{u - d} = 0,63333$$

$$1 - \pi = 0,36666$$

Esercizio 2 - soluzione

- Calcoliamo i valori a scadenza del titolo azionario sottostante le 2 opzioni, nei 3 possibili scenari:

$$A_T = A * u^2 = 100 * 1,15^2 = 132,25$$

$$A_T = A * u * d = 100 * 1.15 * 0.85 = 97,75$$

$$A_T = A * d^2 = 100 * 0,85^2 = 72,25$$

Esercizio 2 - soluzione

- Calcolo i 3 possibili *payoff* per la *Call*:

$$C_{uu} = \text{Max}(A_{uu} - K; 0) = \text{Max}(132,25 - 100; 0) = 32,25$$

$$C_{ud} = \text{Max}(A_{ud} - K; 0) = \text{Max}(97,75 - 100; 0) = 0$$

$$C_{dd} = \text{Max}(A_{dd} - K; 0) = \text{Max}(72,25 - 100; 0) = 0$$

Esercizio 2 - soluzione

- Calcolo i 3 possibili *payoff* per la *Put*:

$$P_{uu} = \text{Max}(K - A_{uu}; 0) = \text{Max}(100 - 132,25; 0) = 0$$

$$P_{ud} = \text{Max}(K - A_{ud}; 0) = \text{Max}(100 - 97,75; 0) = 2,25$$

$$P_{dd} = \text{Max}(K - A_{dd}; 0) = \text{Max}(100 - 72,25; 0) = 27,75$$

Esercizio 2 - soluzione

- Calcolo il prezzo della *Call*:

$$C = \frac{\pi^2 * C_{uu} + 2 * \pi * (1 - \pi) * C_{ud} + (1 - \pi)^2 * C_{dd}}{(1 + i)^2} = 11,96$$

- Calcolo il prezzo della *Put*:

$$P = \frac{\pi^2 * P_{uu} + 2 * \pi * (1 - \pi) * P_{ud} + (1 - \pi)^2 * P_{dd}}{(1 + i)^2} = 4,42$$

Esercizio 2 - soluzione

- Calcolo il prezzo del ptf (valore all'epoca 0):

$$V_0 = \text{prezzo dello ZCB} + C + P = \frac{100}{(1,04)^2} + 11,96 + 4,42 = 108,83$$

- Calcolo il valore del ptf a scadenza, nei 3 possibili scenari:

$$V_{uu} = \text{valore di rimborso dello ZCB} + C_{uu} + P_{uu} = 100 + 32,25 + 0 = 132,25$$

Esercizio 2 - soluzione

- Calcolo il valore del ptf a scadenza, nei 3 possibili scenari:

$$V_{ud} = \text{valore di rimborso dello ZCB} + C_{ud} + P_{ud} = 100 + 0 + 2,25 = 102,25$$

$$V_{dd} = \text{valore di rimborso dello ZCB} + C_{dd} + P_{dd} = 100 + 0 + 27,75 = 127,75$$

Esercizio 2 - soluzione

- Calcolo il valore atteso del ptf:

$$V_{atteso} = \pi^2 * V_{uu} + 2 * \pi * (1 - \pi) * V_{ud} + (1 - \pi)^2 * V_{dd} = 117,71$$

Esercizio 2 - soluzione

- Calcolo il TIR atteso:

$$TIR_{atteso} = \sqrt{\frac{V_{atteso}}{V_0}} - 1 = 4\%$$

- Calcolo il TIR nei 3 possibili scenari:

$$TIR_{uu} = \sqrt{\frac{V_{uu}}{V_0}} - 1 = 10,24\%$$

Esercizio 2 - soluzione

- Calcolo il TIR nei 3 possibili scenari:

$$TIR_{ud} = \sqrt{\frac{V_{ud}}{V_0}} - 1 = -3,07\%$$

$$TIR_{dd} = \sqrt{\frac{V_{dd}}{V_0}} - 1 = 8,34\%$$