

Piani di ammortamento

1. Ammortamento Italiano
2. Ammortamento Francese
3. Ammortamento a Rimborso Unico
4. Ammortamento Tedesco
5. Preammortamento

Ammortamento Italiano

Esercizio 1 – Amm.to Italiano

- Redigere il piano di ammortamento italiano per un debito di Euro 90.000 da rimborsare in 3 anni, rate semestrali posticipate, al tasso $i = 5\%$.

Esercizio 1 – soluzione

- $S=90.000$ $n=6$ $i=5\%$

- Tasso semestrale:

$$i_{\frac{1}{2}} = (1 + 0,05)^{\frac{1}{2}} - 1 = 0,0246951$$

- Calcolo la Quota Capitale (QC):

$$QC = \frac{S}{n} = \frac{90.000}{6} = 15.000$$

Esercizio 1 – soluzione

- Quota Interessi (QI):

$$I_1 = DR_0 * i_{\frac{1}{2}} = 90.000 * 0,0246951 = 2.222,56$$

- Rata:

$$R_1 = QC + I_1 = 15.000 + 2.222,56 = 17.222,56$$

- Debito Residuo:

$$DR_1 = DR_0 - QC = 90.000 - 15.000 = 75.000$$

Esercizio 1 – soluzione

- Piano d'ammortamento completo:

n	QC	QI	Rata	DR
0				€ 90 000,00
1	€ 15 000,00	€ 2 222,56	€ 17 222,56	€ 75 000,00
2	€ 15 000,00	€ 1 852,13	€ 16 852,13	€ 60 000,00
3	€ 15 000,00	€ 1 481,70	€ 16 481,70	€ 45 000,00
4	€ 15 000,00	€ 1 111,28	€ 16 111,28	€ 30 000,00
5	€ 15 000,00	€ 740,85	€ 15 740,85	€ 15 000,00
6	€ 15 000,00	€ 370,43	€ 15 370,43	-

Ammortamento Francese

Esercizio 2 – Amm.to Francese

- Redigere il piano di ammortamento francese per un debito di Euro 40.000.000 da rimborsare in 2 anni, quote capitale e quote interessi trimestrali, al tasso $i = 8\%$.

Esercizio 2 - soluzione

- $S=40.000.000$ $n=8$ $i=8\%$

- Tasso trimestrale:

$$i_{\frac{1}{4}} = (1 + 0,08)^{\frac{1}{4}} - 1 = 0,019426546$$

- Calcolo la Rata:

$$R = \frac{S}{a_{n|i}} = \frac{40.000.000}{a_{8|0,019426546}} = \frac{40.000.000}{\frac{1 - (1,019426546)^{-8}}{0,019426546}} = 5.446.904,86$$

Esercizio 2 - soluzione

- Quota Interessi:

$$I_1 = DR_0 * \frac{i_1}{4} = 40.000.000 * 0,019426546 = 777.061,88$$

- Quota Capitale:

$$QC_1 = R - I_1 = 4.669.842,99$$

- Debito Residuo:

$$DR_1 = DR_0 - QC_1 = 35.330.157,01$$

Esercizio 2 - soluzione

- Piano d'ammortamento completo:

n	QC	QI	Rata	DR
0				€ 40 000 000,00
1	€ 4 669 842,99	€ 777 061,88	€ 5 446 904,86	€ 35 330 157,01
2	€ 4 760 561,91	€ 686 342,95	€ 5 446 904,86	€ 30 569 595,11
3	€ 4 853 043,19	€ 593 861,67	€ 5 446 904,86	€ 25 716 551,92
4	€ 4 947 321,06	€ 499 583,80	€ 5 446 904,86	€ 20 769 230,86
5	€ 5 043 430,42	€ 403 474,44	€ 5 446 904,86	€ 15 725 800,43
6	€ 5 141 406,86	€ 305 498,00	€ 5 446 904,86	€ 10 584 393,57
7	€ 5 241 286,64	€ 205 618,22	€ 5 446 904,86	€ 5 343 106,93
8	€ 5 343 106,74	€ 103 798,12	€ 5 446 904,86	€ -

Ammortamento a Rimborso Unico

Esercizio 3 – Amm.to a Rimborso Unico

- Un soggetto riceve dalla Banca un prestito di € 120.000; redigere il piano di ammortamento a rimborso unico, durata 2 anni, interessi quadrimestrali posticipati, al tasso effettivo d'interesse del 10%.

Esercizio 3 - soluzione

- $S=120.000$ $n=6$ $i=10\%$

- Tasso quadrimestrale:

$$i_{\frac{1}{3}} = (1 + 0,10)^{\frac{1}{3}} - 1 = 0,0322801$$

- Quota Interesse:

$$I_1 = DR_0 * i_{\frac{1}{3}} = 120.000 * 0,0322801 = 3.873,61$$

- Quota capitale: è nulla fino alla penultima scadenza.

Esercizio 3 - soluzione

- Rata:

$$R_1 = QC_1 + I_1 = 3.873,61$$

- Debito Residuo:

$$DR_1 = DR_0 - QC_1 = 120.000$$

- Resta invariato sino alla penultima scadenza

Esercizio 3 - soluzione

- Piano d'ammortamento completo:

n	QC	QI	Rata	DR
0				€ 120 000,00
1	€ -	€ 3 873,61	€ 3 873,61	€ 120 000,00
2	€ -	€ 3 873,61	€ 3 873,61	€ 120 000,00
3	€ -	€ 3 873,61	€ 3 873,61	€ 120 000,00
4	€ -	€ 3 873,61	€ 3 873,61	€ 120 000,00
5	€ -	€ 3 873,61	€ 3 873,61	€ 120 000,00
6	€ 120 000,00	€ 3 873,61	€ 123 873,61	€ -

Ammortamento Tedesco

Esercizio 4 – Amm.to tedesco

- Una Banca concede un prestito di 180.000 euro; redigere il piano di restituzione del capitale, modalità italiana, rate semestrali, interessi anticipati, al tasso $i = 4\%$, durata 3 anni.
- N.B. L'ammortamento tedesco è una variante dei piani d'ammortamento generali che prevede il pagamento delle quote interesse a inizio periodo (mentre le quote capitale sono sempre pagate a fine periodo).

Esercizio 4 – soluzione

- $S=180.000$ $n=6$ $i=4\%$

- Tasso semestrale:

$$i_{\frac{1}{2}} = (1 + 0,04)^{\frac{1}{2}} - 1 = 0,0198039$$

- Tasso di sconto semestrale (per il calcolo della QI):

$$d = \frac{i}{1 + i} = 0,0194193$$

Esercizio 4 – soluzione

- All'**epoca 0** la rata è composta solo dalla QI (anticipata), in quanto le QC sono posticipate.
- Quota Interesse:

$$I_0 = DR_0 * d = 180.000 * 0,0194193 = 3.495,47$$

- Rata:

$$R_0 = I_0 = 3.495,47$$

Esercizio 4 – soluzione

- All'epoca 0,5 (dopo 1 semestre):
- Quota Capitale:

$$QC = \frac{S}{n} = \frac{180.000}{6} = 30.000$$

- Debito residuo:

$$DR_{0,5} = DR_0 - QC_{0,5} = 180.000 - 30.000 = 150.000$$

- Quota Interessi:

$$I_{0,5} = DR_{0,5} * d = 150.000 * 0,0194193 = 2.912,90$$

Esercizio 4 – soluzione

- Rata:

$$R_{0,5} = QC_{0,5} + I_{0,5} = 30.000 + 2.912,90 = 32.912,90$$

Esercizio 4 – soluzione

- Piano ammortamento completo:

tempo	QC	QI	Rata	DR
0		€ 3 495,48	€ 3 495,48	€ 180 000,00
0,5	€ 30 000,00	€ 2 912,90	€ 32 912,90	€ 150 000,00
1	€ 30 000,00	€ 2 330,32	€ 32 330,32	€ 120 000,00
1,5	€ 30 000,00	€ 1 747,74	€ 31 747,74	€ 90 000,00
2	€ 30 000,00	€ 1 165,16	€ 31 165,16	€ 60 000,00
2,5	€ 30 000,00	€ 582,58	€ 30 582,58	€ 30 000,00
3	€ 30 000,00	€ -	€ 30 000,00	€ -

Preammortamento

Esercizio 5 - Preammortamento

- Redigere il piano d'ammortamento di un prestito di € 50.000, modalità francese, durata 4 anni, rate annuali posticipate, tasso $i = 12\%$, con un periodo di preammortamento di 2 anni.

Esercizio 5 - soluzione

- Nel periodo di preamm.to pago solo le Quote Interessi, di conseguenza il Debito Residuo resta invariato:

$$I_1 = DR_0 * i = 6.000$$

$$I_2 = DR_1 * i = 6.000$$

Esercizio 5 - soluzione

- Inizio dell'ammortamento.

- Rata:

$$R = \frac{S}{a_{n|i}} = \frac{50.000}{a_{4|0,12}} = \frac{50.000}{\frac{1 - (1,12)^{-4}}{0,12}} = 16.461,72$$

- Quota Interessi:

$$I_3 = DR_2 * i = 6.000$$

- Quota Capitale:

$$QC_3 = R - I_3 = 10.461,72$$

Esercizio 5 - soluzione

- Piano ammortamento completo:

n	QC	QI	Rata	DR
0				€ 50 000,00
1	0	6 000,00	6 000,00	€ 50 000,00
2	0	6 000,00	6 000,00	€ 50 000,00
3	€ 10 461,72	6 000,00	€ 16 461,72	€ 39 538,28
4	€ 11 717,13	4 744,59	€ 16 461,72	€ 27 821,15
5	€ 13 123,18	3 338,54	€ 16 461,72	€ 14 697,97
6	€ 14 697,97	1 763,76	€ 16 461,72	€ 0,00

Ammortamento Francese con sospensione dei pagamenti (QC)

Esercizio 6

- Un soggetto stipula un mutuo con la Banca per un importo pari ad euro 100.000, pattuendo la restituzione della somma prestata in base al seguente ammortamento:
- modalità francese; tasso d'interesse pari al 2%; durata 3 anni; rate semestrali posticipate.
- Dopo 1 anno dall'inizio dell'ammortamento, in cui paga regolarmente le rate, il debitore incontra un periodo di difficoltà economica e sospende il pagamento delle quote capitale per 1 anno.
- Dopo di che si accorda per restituire il debito residuo in base ad un nuovo piano di ammortamento:
- modalità a rimborso unico; tasso d'interesse pari al 3%; durata 2 anni; rate semestrali posticipate.
- Redigere il piano di ammortamento e calcolare nuda proprietà ed usufrutto all'epoca 2,5 al tasso d'interesse annuo = 5%.

Esercizio 6 – soluzione

- $S=100.000$ $i=2\%$ $t=3$ $n=6$

- Tasso semestrale:

$$i_{\frac{1}{2}} = (1 + 0,02)^{\frac{1}{2}} - 1 = 0,0099505$$

- Rata:

$$R = \frac{S}{a_{n|i}} = \frac{100.000}{a_{6|0,0099505}} = \frac{100.000}{\frac{1 - (1,0099505)^{-6}}{0,0099505}} = 17.251,90$$

Esercizio 6 – soluzione

- Quota interessi:

$$I_{0,5} = DR_0 * i = 100.000 * 0,0099505 = 995,05$$

- Quota capitale:

$$QC_{0,5} = R - I_{0,5} = 16.256,85$$

- Debito residuo:

$$DR_{0,5} = DR_0 - QC_{0,5} = 100.000 - 16.256,85 = 83.743,15$$

Esercizio 6 – soluzione

- Piano ammortamento fino all'epoca 1:

t	QC	QI	Rata	DR
0				€ 100 000,00
0,5	€ 16 256,85	€ 995,05	€ 17 251,90	€ 83 743,15
1	€ 16 418,62	€ 833,29	€ 17 251,90	€ 67 324,53

Esercizio 6 – soluzione

- Dopo 1 anno dall'inizio dell'amm.to il debitore non paga le QC per 1 anno.
- → il debito residuo resta invariato
- → la rata sarà composta solo dalla QI

t	QC	QI	Rata	DR
0				€ 100 000,00
0,5	€ 16 256,85	€ 995,05	€ 17 251,90	€ 83 743,15
1	€ 16 418,62	€ 833,29	€ 17 251,90	€ 67 324,53
1,5	€ -	€ 669,91	€ 669,91	€ 67 324,53
2	€ -	€ 669,91	€ 669,91	€ 67 324,53

Esercizio 6 – soluzione

- Dopo si accorda per restituire il DR in base ad un nuovo PA, modalità RIMBORSO UNICO.
- Quindi si costruisce un nuovo PA in base ai seguenti dati:
- $S = DR_2 = 67.324,53$ $i=3\%$ $T=2$ $n=4$
- Tasso semestrale:

$$i_{\frac{1}{2}} = (1 + 0,03)^{\frac{1}{2}} - 1 = 0,014889156$$

Esercizio 6 – soluzione

- Quota Interessi:

$$I_{2,5} = DR_2 * i = 67.324,53 * 0,014889156 = 1.002,41$$

- Quota capitale: è nulla sino all'epoca 3,5
- Rata: è uguale alla QI sino all'epoca 3,5
- Debito residuo: resta invariato sino all'epoca 3,5

Esercizio 6 – soluzione

- All'epoca 4 (ultima epoca):
- Quota Interesse: è uguale alla precedente

$$I_4 = DR_{3,5} * i = 67.324,53 * 0,014889156 = 1.002,41$$

- Quota Capitale: è uguale al Debito Residuo

$$QC_4 = DR_{3,5} = 67.324,53$$

- Rata:

$$Rata = QC_4 + I_4 = 68.326,94$$

Esercizio 6 - soluzione

- Piano ammortamento completo:

t	QC	QI	Rata	DR
0				€ 100 000,00
0,5	16 256,85	€ 995,05	€ 17 251,90	€ 83 743,15
1	16 418,62	€ 833,29	€ 17 251,90	€ 67 324,53
1,5	0	€ 669,91	€ 669,91	€ 67 324,53
2	0	€ 669,91	€ 669,91	€ 67 324,53
2,5	0	€ 1 002,41	€ 1 002,41	€ 67 324,53
3	0	€ 1 002,41	€ 1 002,41	€ 67 324,53
3,5	0	€ 1 002,41	€ 1 002,41	€ 67 324,53
4	€ 67 324,53	€ 1 002,41	€ 68 326,94	€ -

Esercizio 6 - soluzione

- Calcolo la Nuda Proprietà e l'Usufrutto all'epoca 2,5 al tasso $j=5\%$.
- Nuda Proprietà:

$$NP_{2,5} = \sum_{t=3}^4 QC_t * (1,05)^{2,5-t}$$

$$NP_{2,5} = \frac{QC_3}{(1,05)^{0,5}} + \frac{QC_{3,5}}{(1,05)^1} + \frac{QC_4}{(1,05)^{1,5}} = 62.573,35$$

Esercizio 6 - soluzione

- Usufrutto:

$$U_{2,5} = \sum_{t=3}^4 QI_t * (1,05)^{2,5-t}$$

$$U_{2,5} = \frac{QI_3}{(1,05)^{0,5}} + \frac{QI_{3,5}}{(1,05)^1} + \frac{QI_4}{(1,05)^{1,5}} = 2.864,58$$

- Valore del prestito: è uguale alla somma della Nuda Proprietà e dell'Usufrutto.

$$V_{2,5} = \sum_{t=3}^4 Rata_t * (1,05)^{2,5-t}$$

Esercizio 6 - soluzione

- Valore del Prestito:

$$V_{2,5} = \frac{R_3}{(1,05)^{0,5}} + \frac{R_{3,5}}{(1,05)^1} + \frac{R_4}{(1,05)^{1,5}} = 65.437,93$$

Ammortamento Francese con sospensione dei pagamenti (QC+QI)

Esercizio 7

- Un ammortamento viene costruito con le seguenti caratteristiche:
- importo del prestito 100.000; tasso $i = 0,08$; preammortamento di 2 anni; ammortamento di 4 anni; rate semestrali posticipate; modalità francese.
- Dopo 2 anni dall'inizio dell'ammortamento vero e proprio, il debitore incontra un periodo di difficoltà economica e sospende del tutto i pagamenti per un anno. Dopo di che si accorda per restituire il debito residuo al nuovo tasso d'interesse del 10%, rate semestrali posticipate, modalità italiana; durata 2 anni.
- Stendere il piano di ammortamento e calcolare il valore del prestito all'epoca 5 al tasso $j = 12\%$.

Esercizio 7 - soluzione

- $S=100.000$ $i=8\%$ $t=2+4$ $n=4+8$

- Tasso semestrale:

$$i_{\frac{1}{2}} = (1 + 0,08)^{\frac{1}{2}} - 1 = 0,0392305$$

- Preammortamento: → Solo Quota Interesse:

$$I_{0,5} = DR_0 * i_{\frac{1}{2}} = 100.000 * 0,0392305 = 3.923,05$$

Esercizio 7 - soluzione

- Preammortamento:

t	QC	QI	Rata	DR
0				€ 100 000,00
0,5	€ -	€ 3 923,05	€ 3 923,05	€ 100 000,00
1	€ -	€ 3 923,05	€ 3 923,05	€ 100 000,00
1,5	€ -	€ 3 923,05	€ 3 923,05	€ 100 000,00
2	€ -	€ 3 923,05	€ 3 923,05	€ 100 000,00

Esercizio 7 - soluzione

- Ammortamento:

- Rata:

$$R = \frac{S}{a_n|i} = \frac{100.000}{a_{8|0,0392305}} = \frac{100.000}{\frac{1 - (1,0392305)^{-8}}{0,0392305}} = 14.805,62$$

- Quota Interessi:

$$I_{2,5} = DR_2 * i_{\frac{1}{2}} = 100.000 * 0,0392305 = 3.923,05$$

Esercizio 7 - soluzione

- Quota Capitale:

$$QC_{2,5} = R - I_{2,5} = 10.882,58$$

- Debito Residuo:

$$DR_{2,5} = DR_2 - QC_{2,5} = 100.000 - 10.882,58 = 89.117,42$$

Esercizio 7 - soluzione

- Piano d'ammortamento sino all'epoca 4:

t	QC	QI	Rata	DR
0				€ 100 000,00
0,5	€ -	€ 3 923,05	€ 3 923,05	€ 100 000,00
1	€ -	€ 3 923,05	€ 3 923,05	€ 100 000,00
1,5	€ -	€ 3 923,05	€ 3 923,05	€ 100 000,00
2	€ -	€ 3 923,05	€ 3 923,05	€ 100 000,00
2,5	€ 10 882,58	€ 3 923,05	€ 14 805,62	€ 89 117,42
3	€ 11 309,50	€ 3 496,12	€ 14 805,62	€ 77 807,92
3,5	€ 11 753,18	€ 3 052,44	€ 14 805,62	€ 66 054,74
4	€ 12 214,26	€ 2 591,36	€ 14 805,62	€ 53 840,47

Esercizio 7 - soluzione

- Dall'epoca 4,5 sino all'epoca 5 non paga né le QC, né le QI.
- → Il Debito Residuo NON resta invariato, ma viene capitalizzato al tasso dell'amm.to in corso (8%) per 1 anno.

- Debito Residuo all'epoca 5:

$$DR_5 = DR_4 * (1 + i) = 53.840,45 * (1,08) = 58.147,71$$

Esercizio 7 - soluzione

- Piano d'ammortamento sino all'epoca 5:

t	QC	QI	Rata	DR
0				€ 100 000,00
0,5	€ -	€ 3 923,05	€ 3 923,05	€ 100 000,00
1	€ -	€ 3 923,05	€ 3 923,05	€ 100 000,00
1,5	€ -	€ 3 923,05	€ 3 923,05	€ 100 000,00
2	€ -	€ 3 923,05	€ 3 923,05	€ 100 000,00
2,5	€ 10 882,58	€ 3 923,05	€ 14 805,62	€ 89 117,42
3	€ 11 309,50	€ 3 496,12	€ 14 805,62	€ 77 807,92
3,5	€ 11 753,18	€ 3 052,44	€ 14 805,62	€ 66 054,74
4	€ 12 214,26	€ 2 591,36	€ 14 805,62	€ 53 840,47
4,5	€ -	€ -	€ -	€ 55 952,66
5	€ -	€ -	€ -	€ 58 147,71

Esercizio 7 - soluzione

- Dall'epoca 5,5 in poi si redige un nuovo PA, modalità italiana, in base ai seguenti dati:

- $S = DR_5 = 58.147,71$ $i=10\%$ $t=2$ $n=4$

- Tasso semestrale:

$$i_{\frac{1}{2}} = (1 + 0,10)^{\frac{1}{2}} - 1 = 0,0488088$$

Esercizio 7 - soluzione

- Nuovo PA, modalità italiana:

t	QC	QI	Rata	DR
5	€ -	€ -	€ -	€ 58 147,71
5,5	€ 14 536,93	€ 2 838,12	€ 17 375,05	€ 43 610,78
6	€ 14 536,93	€ 2 128,59	€ 16 665,52	€ 29 073,86
6,5	€ 14 536,93	€ 1 419,06	€ 15 955,99	€ 14 536,93
7	€ 14 536,93	€ 709,53	€ 15 246,46	€ -

Esercizio 7 - soluzione

- Valore del Prestito (NP + U) all'epoca 5, al tasso $j = 12\%$:

$$V_5 = \frac{R_{5,5}}{(1,12)^{0,5}} + \frac{R_6}{(1,12)^1} + \frac{R_{6,5}}{(1,12)^{1,5}} + \frac{R_7}{(1,12)^2} = 56.913,79$$

Esercizio 7 - soluzione

- Piano ammortamento completo:

t	QC	QI	Rata	DR
0				€ 100 000,00
0,5	0	€ 3 923,05	€ 3 923,05	€ 100 000,00
1	0	€ 3 923,05	€ 3 923,05	€ 100 000,00
1,5	0	€ 3 923,05	€ 3 923,05	€ 100 000,00
2	0	€ 3 923,05	€ 3 923,05	€ 100 000,00
2,5	€ 10 882,58	€ 3 923,05	€ 14 805,62	€ 89 117,42
3	€ 11 309,50	€ 3 496,12	€ 14 805,62	€ 77 807,92
3,5	€ 11 753,18	€ 3 052,44	€ 14 805,62	€ 66 054,74
4	€ 12 214,26	€ 2 591,36	€ 14 805,62	€ 53 840,47
4,5	0	0	0	€ 55 952,66
5	0	0	0	€ 58 147,71
5,5	14 536,93	€ 2 838,12	€ 17 375,05	€ 43 610,78
6	14 536,93	€ 2 128,59	€ 16 665,52	€ 29 073,86
6,5	14 536,93	€ 1 419,06	€ 15 955,99	€ 14 536,93
7	14 536,93	€ 709,53	€ 15 246,46	€ -