

Criteri di scelta degli investimenti: TIR e VAN

Esercizio 1

- Un investimento viene a costare, all'epoca 0, € 2.000, e garantisce flussi annui positivi perpetui pari a € 550.
- Calcolare il valore attuale netto (VAN) di tale investimento utilizzando un tasso annuo di valutazione del 10%.
- Individuare, inoltre, il tasso interno di rendimento (TIR) di tale operazione.

Esercizio 1 - soluzione

- Scadenzario dell'investimento:

<i>Importi</i>	-2.000	550	550	550
<i>epoca</i>	0	1	2	3

Esercizio 1 - soluzione

- VAN = Valore attuale delle entrate – Valore attuale delle uscite
- Ovvero:

$$VAN = -2.000 + \frac{550}{0,10} = 3.500$$

Esercizio 1 - soluzione

- Il TIR è quel tasso d'interesse che annulla il VAN, ovvero che rende:

$$VA \text{ entrate} = VA \text{ uscite}$$

- Quindi imposto l'equazione del TIR:

$$2.000 = \frac{550}{i}$$

Esercizio 1 - soluzione

- Risolvo rispetto ad “ i ”, che rappresenta il TIR dell'investimento:

$$i = \frac{550}{2.000} = 27,5\%$$

Esercizio 2

- Un'obbligazione costa € 98, paga interessi annui al 10% e rimborserà il capitale di € 100 tra 4 anni. L'obbligazionista reinveste ogni cedola al 12% sino all'epoca di rimborso del titolo.
- Calcolare il tasso interno di rendimento (TIR) dell'obbligazione.

Esercizio 2 - soluzione

- Scadenzario dell'obbligazione:

<i>Importi</i>	-98	10	10	10	110
<i>epoca</i>	0	1	2	3	4

Esercizio 2 - soluzione

- N.B. L'obbligazione ha un valore nominale pari a 100, e su questo si calcolano gli interessi:

$$\textit{Interesse} = 100 * 10\% = 10$$

Esercizio 2 - soluzione

- Capitalizziamo tutti i flussi intermedi, ovvero gli interessi percepiti annualmente sino all'epoca 4, al tasso del 12%.
- Impostiamo l'equazione per il calcolo del TIR:

$$98 = \frac{10 * (1,12)^3 + 10 * (1,12)^2 + 10 * (1,12) + 110}{(1 + i)^4}$$

Esercizio 2 - soluzione

- Risolviamo rispetto ad “ i ”:

$$(1 + i)^4 = \frac{14,05 + 12,54 + 11,2 + 110}{98}$$

$$i = \left(\frac{147,79}{98} \right)^{\frac{1}{4}} - 1 = 10,82\%$$

Esercizio 3

- Un'azienda ha a disposizione un capitale di € 100.000.000 che può impiegare per 5 anni scegliendo tra i seguenti investimenti:
 - A) Consiste nell'erogazione di un prestito che verrà rimborsato tra 5 anni in un'unica soluzione e che nel frattempo frutterà interessi al 10%;
 - B) Consiste nell'associazione in partecipazione in un'operazione che frutterà € 80.000.000 tra 3 anni ed € 55.000.000 tra 5 anni.
- Scegliere tra le due alternative analizzando, in primo luogo, il TIR delle due operazioni e poi il VAN delle stesse utilizzando il tasso di valutazione del 9%.

Esercizio 3 - soluzione

- Scadenzario delle 2 alternative d'investimento:

<i>Importi</i>	-100	10	10	10	10	110
<i>epoca</i>	0	1	2	3	4	5

<i>Importi</i>	-100			80		55
<i>epoca</i>	0	1	2	3	4	5

Esercizio 3 - soluzione

- Il TIR dell'operazione A lo conosciamo, ed è pari al 10%, ovvero rappresenta il tasso d'interesse del prestito (in quanto non ci sono altri flussi al di fuori degli interessi e della restituzione del capitale investito).
- Impongo l'equazione per il calcolo del TIR dell'operazione B:

$$100 = \frac{80}{(1+i)^3} + \frac{55}{(1+i)^5}$$

Esercizio 3 - soluzione

- Trovo il TIR dell'operazione B utilizzando il metodo dell'interpolazione lineare:

VA	i
94,26	10%
97,52	9%
100,94	8%

- Interpolo tra il 9% e l'8%, in quanto il valore attuale cercato è compreso tra 97,52 e 100,94.

Esercizio 3 - soluzione

- Formula dell'interpolazione lineare:

$$\tilde{i} = i_0 + \frac{i_1 - i_0}{A_1 - A_0} * (A - A_0)$$

- Risolvo:

Esercizio 3 - soluzione

$$\tilde{i} = 0,08 + \frac{0,09 - 0,08}{97,52 - 100,94} * (100 - 100,94) = 8,27\%$$

- In base al criterio del TIR conviene l'investimento A.

Esercizio 3 - soluzione

- Con riferimento al criterio del VAN, conosco il tasso di attualizzazione (9%), calcolo il valore attuale netto di ciascuna alternativa d'investimento:

$$VAN_A = -100 + 10 * a_{5|0,09} + 100 * (1,09)^{-5} = 3,89$$

$$VAN_B = -100 + 80 * (1,09)^{-3} + 55 * (1,09)^{-5} = -2,48$$

- Conviene l'investimento A.

Esercizio 4

- Un operatore finanziario possiede un pacchetto obbligazionario formato da titoli con scadenza quadriennale di valore nominale pari a € 100, valore di rimborso pari a € 102, che pagano cedole semestrali in ragione del 10% convertibile due volte l'anno.
- L'operatore decide di vendere separatamente i diritti sul capitale e quelli sugli interessi ricavandone il prezzo di cessione delle due parti in base al tasso di mercato che è il 9% annuo.
- Calcolare i due prezzi e, inoltre, giudicare quale tra l'acquirente delle cedole e l'acquirente del capitale trarrà vantaggio, almeno potenzialmente, da un incremento dell'1% nel livello dei tassi di mercato che si verifichi dopo 1 anno dalla conclusione del contratto.

Esercizio 4 - soluzione

- Calcolo il tasso effettivo semestrale, ai fini del calcolo della cedola semestrale:

$$i_{\frac{1}{2}} = \frac{J(2)}{2} = \frac{0,10}{2} = 0,05$$

- Calcolo la cedola semestrale (interesse):

$$\text{Cedola} = \text{Valore Nominale} * i_{\frac{1}{2}} = 100 * 0,05 = 5$$

Esercizio 4 - soluzione

- Scadenzario del titolo obbligazionario (Coupon Bond):

<i>Importi</i>		5	5	5	107
<i>epoca</i>	0	0,5	1	1,5	4

Esercizio 4 - soluzione

- Prezzo di cessione dei diritti sugli interessi:

$$VA_T = 5 * a_{8|i_{\frac{1}{2}}}$$

- Calcolo il tasso effettivo semestrale, ai fini del calcolo del prezzo:

$$i_{\frac{1}{2}} = (1,09)^{\frac{1}{2}} - 1 = 0,044031$$

Esercizio 4 - soluzione

- Prezzo di cessione dei diritti sugli interessi:

$$VA_I = 5 * \frac{1 - (1,044031)^{-8}}{0,044031} = 33,11$$

- Prezzo di cessione dei diritti sul capitale:

$$VA_C = 102 * (1,09)^{-4} = 72,26$$

Esercizio 4 - soluzione

- Il tasso di mercato passa dal 9% al 10%.
- Nuovo prezzo di cessione dei diritti sugli interessi:

$$VA_I = 5 * a_{8|0,048809} = 32,47$$

- Nuovo prezzo di cessione dei diritti sul capitale:

$$VA_C = 102 * (1,10)^{-4} = 69,67$$

Esercizio 4 - soluzione

- Entrambi gli acquirenti risultano non avvantaggiati da tale aumento del tasso di mercato.
- Il valore del diritto delle cedole scende del 1,9%
- Il valore del diritto sul capitale scende del 3,6%

$$\textit{Variazione di valore} = \frac{\textit{Valore finale} - \textit{Valore iniziale}}{\textit{iniziale}}$$

Esercizio 4 - soluzione

- Variazione valore del diritto delle cedole:

$$\Delta \text{ prezzo cedole} = \frac{32,47 - 33,11}{33,11} = -0,019 = -1,9\%$$

- Variazione valore del diritto del capitale:

$$\Delta \text{ prezzo capitale} = \frac{69,67 - 72,26}{72,26} = -0,036 = -3,6\%$$