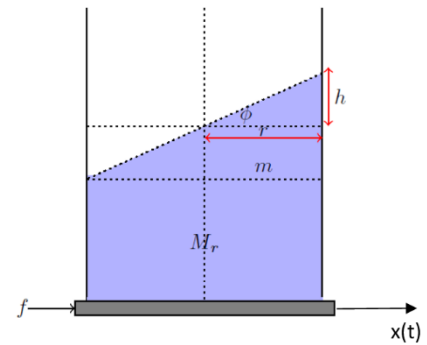


Un serbatoio cilindrico a sezione circolare contenente un liquido viene traslato sotto l'azione di una forza orizzontale $f(t)$. Il risultante moto oscillatorio del liquido (sloshing) contenuto nel serbatoio viene approssimato come in figura, e viene descritto dalla variabile $h(t)$ (slosh height). Sia $x(t)$ la coordinata orizzontale del serbatoio. Il comportamento dinamico del sistema è descritto dal seguente modello matematico

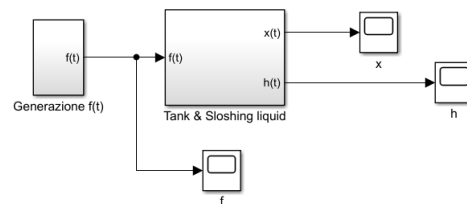
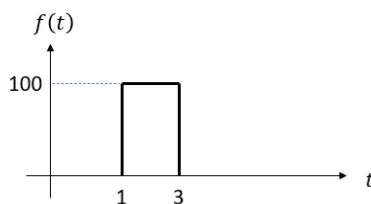


$$\begin{bmatrix} M_r & \frac{ml}{r} \cos\left(\arctan\left(\frac{h(t)}{r}\right)\right) \\ ml \cos\left(\arctan\left(\frac{h(t)}{r}\right)\right) & \frac{ml^2}{r} \frac{1 + \left(\frac{h(t)}{r}\right)^2}{1 + \left(\frac{h(t)}{r}\right)^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}(t) \\ \ddot{h}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} \dot{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ mgl \sin\left(\arctan\left(\frac{h(t)}{r}\right)\right) \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} -\left[\frac{2ml}{r^3} \frac{h(t) \cos\left(\arctan\left(\frac{h(t)}{r}\right)\right)}{\left[1 + \left(\frac{h(t)}{r}\right)^2\right]^2} + \frac{ml}{r^2} \frac{\sin\left(\arctan\left(\frac{h(t)}{r}\right)\right)}{\left[1 + \left(\frac{h(t)}{r}\right)^2\right]^2} \right] \\ \frac{c}{r \left[1 + \left(\frac{h(t)}{r}\right)^2\right]} - \frac{2ml^2}{r^3} \frac{h(t) \dot{h}(t)}{\left[1 + \left(\frac{h(t)}{r}\right)^2\right]^2} \end{bmatrix} \dot{h}(t) = \begin{bmatrix} f(t) \\ 0 \end{bmatrix}$$

M_r	Massa totale del liquido e del serbatoio [kg]	100
m	Massa del liquido soggetto ad oscillazione [kg]	20
l	Lunghezza del pendolo equivalente [m]	0.5
r	Raggio del serbatoio [m]	1.3
c	Coefficiente di smorzamento [$\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$]	3
b	Coefficiente di attrito [N s m^{-1}]	20
g	Accelerazione di gravità [m s^{-2}]	9.8

Per la forza orizzontale $f(t)$ si consideri il profilo rappresentato nella seguente figura:



Si realizzi un modello Simulink del sistema con due sottosistemi distinti come mostrato in figura, e si simuli il comportamento dinamico del sistema per 40 secondi a partire dalle condizioni iniziali $x(0) = 1, h(0) = \dot{h}(0) = \dot{x}(0) = 0$ utilizzando un metodo di integrazione a passo fisso con step-size pari a 0.01 secondi. Realizzare uno script che avvii in automatico il modello Simulink e crei un grafico della posizione $x(t)$ del serbatoio. Scrivere quindi una function che acquisisca in ingresso la variabile $h(t)$ e restituisca all'esterno il valore massimo ϕ_{max} assunto dall'angolo $\phi(t) = \arctan(h(t)/r)$ ed il relativo istante T_{max} . La function deve anche creare al suo interno un grafico dell'angolo $\phi(t)$. Tutti i grafici dovranno essere corredati da opportune etichette esplicative.