

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

**Prova completa/parziale di Matematica Generale (CdL. EF)**  
**Dott. Giovanni Masala – febbraio 2018**



**Domanda 1 (punti 2).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \sqrt{-x^2 + 6x + 7} \cdot \log\left(\frac{x^2 + 2}{x + 4}\right)$$

Dominio	$E = [-1, 7]$
Positività	$P = (2, 7)$
Intersezioni	$A(-1; 0) \quad B(2; 0) \quad C(7; 0) \quad D(0; -\sqrt{7} \log 2)$

**Domanda 2 (punti 3).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione:  $f(x) = \log\left(\frac{x^2 + 3}{x^2 + x + 2}\right)$

Derivata prima	$f' = \frac{(x-3) \cdot (x+1)}{(x^2 + x + 2) \cdot (x^2 + 3)} \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$M(-1; \log 2) \quad m(3; \log(6/7))$ decrece in $(-1, 3)$

**Domanda 3 (punti 3).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione:  $f(x) = \frac{x}{x-3} + \log(x-3)$

Derivata prima	$f' = \frac{x-6}{(x-3)^2} \quad E = (3, +\infty)$
Derivata seconda	$f'' = \frac{9-x}{(x-3)^3}$
Insieme di convessità Flessi	$F(9; \log 6 + 3/2) \quad \text{convessa in } (3, 9)$

**Domanda 4 (punti 2).**

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{6x^5 - 4x^3 + 3x + 8}{x^2 \cdot (2x^2 - 12x + 10)}$$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{0, 1, 5\}$
As. verticali	$x = 0, x = 1, x = 5$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 3x + 18$

**Domande teoriche**

- 1) Il teorema degli zeri con esempio e significato grafico (punti 3)
- 2) Il legame tra continuità e derivabilità con esempi (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



**Domanda 5 (punti 3, 6\*).**

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_0^4 \left( \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x \cdot \log(x^2 + 1) dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{2}{3}\sqrt{x^3}$ $\frac{16}{3}$
Integrale indefinito	$-\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}(x^2 + 1) \cdot \log(x^2 + 1) + c$

**Domanda 6 (punti 3, 6\*).** Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale  $k$  e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 8x + k \cdot y - 2z = 5 \\ k \cdot x + 2y + 2z = k \end{cases}$$

Compatibilità	Indeterminato $\forall k \in \mathbb{R}$
Soluzioni	$k \neq -2 \rightarrow x \in \mathbb{R}; y = \frac{-(k+8) \cdot x + k + 5}{k+2}; z = \frac{(16-k^2) \cdot x + k^2 - 10}{2k+4}$ $k = -2 \rightarrow x = \frac{1}{2}; y = \frac{-1-2z}{2}; z \in \mathbb{R}$

**Domanda 7 (punti 4, 8\*).** Data la funzione  $z = f(x, y) = x \cdot (3x + 2y - 4) + 2y \cdot (y - 3)$ , determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo  $g(x, y) = 3x - y = 1$ .

Derivate parziali	$f_x = 6x + 2y - 4 \quad f_y = 2x + 4y - 6$
Estremi liberi	$m(1/5; 7/5) \quad z = -23/5 \quad H = 20$
Estremi vincolati	$m(2/3; 1) \quad \lambda = 2/3 \quad z = -4$ $H = -54$

**Domande teoriche.**

**3) Il teorema della media con esempio (punti 4)**

**4) Condizioni affinché un sistema lineare sia indeterminato (punti 3)**

**5) Definizione e regole di calcolo delle derivate parziali (punti 3)**

*Domande teoriche: 3, 4, 5 per la II parte; 1, 2, 3 per la prova completa.*

*Punteggi esercizi solo II parte contrassegnati con \*.*