

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)
Dott. Giovanni Masala – febbraio 2019



Domanda 1 (punti 3).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = x \cdot \sqrt{\frac{x-3}{x^2-4}}$$

Dominio	$E = (-2, 2) \cup [3, +\infty)$
Positività	$P = (0, 2) \cup (3, +\infty)$
Intersezioni	$A(0; 0) \quad B(3; 0)$

Domanda 2 (punti 3).

Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + x} - \sqrt{4x^2 + 2})$ e $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{3x-6} - 1}{x^2 - 5x + 6}$

Soluzioni	$1/4; -3$
-----------	-----------

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = x^2 \cdot e^{x^2-5x}$

Derivata prima	$f' = x \cdot (2x^2 - 5x + 2) \cdot e^{x^2-5x} \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$m(0; 0) \quad M(1/2; e^{-9/4}/4) \quad m(2; 4e^{-6})$ cresce in $(0, 1/2) \cup (2, +\infty)$

Domanda 4 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = \log \frac{x+3}{5-x}$

Derivata prima	$f' = \frac{8}{(x+3) \cdot (-x+5)} \quad E = (-3, 5)$
Derivata seconda	$f'' = \frac{16(x-1)}{(x+3)^2 \cdot (x-5)^2}$
Insieme di convessità Flessi	$F(1; 0) \quad \text{convessa in } (1, 5)$

Domanda 5 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione: $f(x) = \frac{\sqrt{9x^4 + x^2 + 2}}{x^2 - 2x - 3}$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{-1, 3\}$
As. verticali	$x = -1 \text{ e } x = 3$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 3$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Domanda 6 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):



$$\int_4^9 \left(\frac{x-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x \cdot \log(1+2x) dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{2}{3}\sqrt{x^3}$ $\frac{38}{3}$
Integrale indefinito	$\frac{1}{2}x^2 \cdot \log(1+2x) - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{8}\log(1+2x) + c$

Domanda 7 (punti 3, 4*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 4x + y - 2z = 2 \\ k \cdot x + 2y + k \cdot z = 4 \\ 3x + 2y + k \cdot z = 3 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -4; 3$: incompatibile $k \neq -4; 3$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{1}{k-3}; y = \frac{2(k^2-2k-12)}{(k-3) \cdot (k+4)}; z = \frac{8-k}{(k-3) \cdot (k+4)}$

Domanda 8 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = -x^2 + 4x \cdot y + 2y^2 + 4x - 2y - 1$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 4x + 2y = 4$.

Derivate parziali	$f_x = -2x + 4y + 4 \quad f_y = 4x + 4y - 2$
Estremi liberi	$S(1; -1/2) \quad z = 3/2 \quad H = -24$
Estremi vincolati	$M(0; 2) \quad \lambda = 3 \quad z = 3$ $H = 8$

Domande teoriche.

- 1) Il teorema di Barrow-Torricelli: enunciato e dimostrazione (punti 2, 4*)
- 2) Operazioni sui limiti e forme indeterminate (punti 2, 4*)
- 3) Definizione di derivata in un punto e significato geometrico (punti 2, 4*)

*Punteggi esercizi solo II parte contrassegnati con *.*