

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)
Dott. Giovanni Masala – febbraio 2021



Domanda 1 (punti 3).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 5x + 6}{-x^2 + 5x - 4}}$$

Dominio	$E = (1, 2] \cup [3, 4)$
Positività	$P = (1, 2) \cup (3, 4)$
Intersezioni	$A(2;0) \quad B(3;0)$

Domanda 2 (punti 3).

Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 4x} - \sqrt{x^2 + 5x - 2})$ e $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(x^2 + x + 1)}{x^3 - 3x}$

Soluzioni	$-1/2; -1/3$
-----------	--------------

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = x^2 \cdot e^{-2x^2 + 2x + 1}$

Derivata prima	$f' = -2e^{-2x^2 + 2x + 1} \cdot x \cdot (2x^2 - x - 1) \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$M(-1/2; e^{-1/2}/4) \quad m(0;0) \quad M(1;e)$ cresce in $(-\infty, -1/2) \cup (0,1)$

Domanda 4 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = \log(x^2 + 16)$

Derivata prima	$f' = \frac{2x}{x^2 + 16} \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = -\frac{2(x^2 - 16)}{(x^2 + 16)^2}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-4; \log 32) \quad F_2(4; \log 32)$ convessa in $(-4, 4)$

Domanda 5 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione: $f(x) = \frac{x^4 - x^3 + 4x^2}{(x-1) \cdot (x^2 - 7x + 12)}$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{1, 3, 4\}$
As. verticali	$x = 1, x = 3$ e $x = 4$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = x + 7$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



Domanda 6 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_1^4 \left(\frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x \cdot \log(x+4) dx$$

Integrale definito	primitiva: $4\left(x - 8\sqrt{x} + 32\log(\sqrt{x}+4)\right)$ $-20 + 128\log\frac{6}{5} \approx 3,3372$
Integrale indefinito	$-\frac{x^2}{4} + \frac{1}{2}x^2 \cdot \log(x+4) + 2x - 8\log(x+4) + c$

Domanda 7 (punti 3, 4*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} k \cdot x + y + z = k \\ 2x + k \cdot y + 3z = 1 \\ x + 3y + 3z = 2 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = 1/3; 3$: incompatibile $k \neq 1/3; 3$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{3k-2}{3k-1}; y = \frac{3-6k}{3k^2-10k+3}; z = \frac{k^2+3k-3}{3k^2-10k+3}$

Domanda 8 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = x^2 - 2x \cdot y + 4x - 2y + 1$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = x + 2y + 3 = 0$.

Derivate parziali	$f_x = 2x - 2y + 4 \quad f_y = -2x - 2$
Estremi liberi	$S(-1; 1) \quad z = -2 \quad H = -4$
Estremi vincolati	$m(-2; -1/2) \quad \lambda = 1 \quad z = -4$ $H = -16$

Domande teoriche.

- 1) Definizione di rapporto incrementale e derivata in un punto (punti 2, 4*)
- 2) Procedimento per la ricerca dei flessi di una funzione (punti 2, 3*)
- 3) Il rango di una matrice (punti 2, 3*)
- 4) Condizione necessaria per la ricerca degli estremi vincolati (punti 1, 3*)

*Punteggi esercizi solo II parte contrassegnati con *.*