

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (CdL. EF)
Dott. Giovanni Masala – gennaio 2018



Domanda 1 (punti 2).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x}{4-x^2}} \cdot \log\left(\frac{x-1}{3+x}\right)$$

Dominio	$E = (-\infty, -3) \cup (1, 2)$
Positività	$P = (-\infty, -3)$
Intersezioni	No

Domanda 2 (punti 3).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \sqrt{\frac{4-x^2}{x^2+1}}$

Derivata prima	$f' = -\sqrt{\frac{x^2+1}{4-x^2}} \cdot \frac{5x}{(x^2+1)^2}$ $E_f = [-2, 2]$
Estremi	$M(0; 2)$ cresce in $(-2, 0)$

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = x \cdot \log\left(\frac{1}{x-2}\right)$

Derivata prima	$f' = \frac{x}{2-x} + \log\left(\frac{1}{x-2}\right)$ $E = (2, +\infty)$
Derivata seconda	$f'' = \frac{4-x}{(x-2)^2}$
Insieme di convessità Flessi	$F(4; -4\log 2)$ convessa in $(2, 4)$

Domanda 4 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{4x^4 - 6x^3 + 2x^2 + 3}{2x \cdot (x^2 - 6x + 8)}$$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{0, 2, 4\}$
As. verticali	$x = 0, x = 2, x = 4$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 2x + 9$

Domande teoriche

1) Il teorema di Rolle con esempio e significato grafico (punti 3)

2) La definizione di limite infinito e legame con gli asintoti verticali (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Domanda 5 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):



$$\int_0^2 \left(\sqrt{x^5} + \frac{3x-2}{3x+6} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x^3 \cdot e^{3x+1} dx$$

Integrale definito	primitiva: $x + \frac{2}{7}\sqrt{x^7} - \frac{8}{3}\log(3x+6)$ $2 + \frac{16}{7}\sqrt{2} - \frac{8}{3}\log 2 \approx 3,38$
Integrale indefinito	$\frac{1}{27}e^{3x+1} \cdot (9x^3 - 9x^2 + 6x - 2) + c$

Domanda 6 (punti 3, 6*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} k \cdot x + 3y + 4z = 2 \\ 2x + k \cdot y + 3z = -5 \\ 2x - 4y + 3z = k \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -4; 8/3$: incompatibile $k \neq -4; 8/3$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{-4k^2 + 15k + 149}{3k^2 + 4k - 32}; y = -\frac{k+5}{k+4}; z = \frac{k^3 - 30k - 46}{3k^2 + 4k - 32}$

Domanda 7 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = 2x^2 - 4x \cdot y - 8y^2 + 4x + 6y - 5$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 4x - 8y = 2$.

Derivate parziali	$f_x = 4x - 4y + 4 \quad f_y = -4x - 16y + 6$
Estremi liberi	$S(-1/2; 1/2) \quad z = -9/2 \quad H = -80$
Estremi vincolati	$M(5/2; 1) \quad \lambda = 5/2 \quad z = 11/2$ $H = 256$

Domande teoriche.

3) Il teorema di Barrow-Torricelli con dimostrazione (punti 4)

4) Rango di una matrice: definizione e tecniche di calcolo (punti 3)

5) Ottimizzazione vincolata e significato del moltiplicatore di Lagrange (punti 3)

Domande teoriche: 3, 4, 5 per la II parte; 1, 2, 3 per la prova completa.

*Punteggi esercizi solo II parte contrassegnati con *.*