

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (CdL. EF)
Dott. Giovanni Masala – gennaio 2018



Domanda 1 (punti 2).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \sqrt{\frac{4-x^2}{x}} \cdot \log\left(\frac{x+4}{3+x}\right)$$

Dominio	$E = (-\infty, -4) \cup (-3, -2] \cup (0, 2]$
Positività	$P = (-3, -2) \cup (0, 2)$
Intersezioni	$A(-2; 0) \quad B(2; 0)$

Domanda 2 (punti 3).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \sqrt{\frac{x^2+9}{16-x^2}}$

Derivata prima	$f' = \sqrt{\frac{16-x^2}{x^2+9}} \cdot \frac{25x}{(16-x^2)^2} \quad E = (-4, 4)$
Estremi	$m(0; 3/4) \quad \text{cresce in } (0, 4)$

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = 2x \cdot \log\left(\frac{1}{x-4}\right)$

Derivata prima	$f' = \frac{2x}{4-x} + 2 \log\left(\frac{1}{x-4}\right) \quad E = (4, +\infty)$
Derivata seconda	$f'' = \frac{-2x+16}{(x-4)^2}$
Insieme di convessità Flessi	$F(8; -16 \log 4) \quad \text{convessa in } (4, 8)$

Domanda 4 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{\sqrt{9x^4 + 8x^2 + 5}}{6x^2 + 6x - 36}$$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{-3, 2\}$
As. verticali	$x = -3, x = 2$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 1/2$

Domande teoriche

1) Il teorema di De L'Hospital con esempio (punti 3)

2) Il legame tra continuità e derivabilità (punti 3)

Gennaio 2018_C2

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Domanda 5 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):



$$\int_0^1 \left(\sqrt{x^3} + \frac{6x-8}{4x+2} \right) dx \quad \text{e} \quad \int (1+2x^2) \cdot e^{4x+2} dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{2}{5}\sqrt{x^5} + \frac{3}{2}x - \frac{11}{4}\log(2+4x)$ $\frac{19}{10} - \frac{11}{4}\log 3 \approx -1,12$
Integrale indefinito	$\frac{1}{16}e^{4x+2} \cdot (8x^2 - 4x + 5) + c$

Domanda 6 (punti 3, 6*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} -3x + 2y + 4z = k \\ 3x - 2y + k \cdot z = 2 \\ k \cdot x + 2y - 8z = 3 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -4; -3$: incompatibile $k \neq -4; -3$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{-k^2 + 11k + 36}{k^2 + 7k + 12}; y = \frac{k^3 + 25k + 84}{2k^2 + 14k + 24}; z = \frac{k + 2}{k + 4}$

Domanda 7 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = -3x^2 + 6x \cdot y - 4y^2 - 3x + 5y - 2$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 3x - 3y = -5$.

Derivate parziali	$f_x = -6x + 6y - 3 \quad f_y = 6x - 8y + 5$
Estremi liberi	$M(1/2; 1) \quad z = -1/4 \quad H = 12$
Estremi vincolati	$M(-2/3; 1) \quad \lambda = 7/3 \quad z = -13/3$ $H = 18$

Domande teoriche.

- 3) Il teorema di Barrow-Torricelli: enunciato e conseguenze (punti 4)
- 4) Teoremi inerenti la compatibilità dei sistemi lineari (punti 3)
- 5) Definizione di rapporto incrementale parziale e derivata parziale (punti 3)

Domande teoriche: 3, 4, 5 per la II parte; 1, 2, 3 per la prova completa.

Punteggi esercizi solo II parte contrassegnati con *.