

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (CdL. EF)
Dott. Giovanni Masala – gennaio 2019



Domanda 1 (punti 3).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \log\left(\frac{x+5}{x^2-1}\right)$$

Dominio	$E = (-5, -1) \cup (1, +\infty)$
Positività	$P = (-2, -1) \cup (1, 3)$
Intersezioni	$A(-2; 0) \quad B(3; 0)$

Domanda 2 (punti 3).

Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 + x} - 3x)$ e $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\log(2x-5)}{x^2-9}$

Soluzioni	1/6; 1/3
-----------	----------

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \log\left(\frac{x^2+x+2}{x^2+3}\right)$

Derivata prima	$f' = \frac{-x^2+2x+3}{(x^2+x+2) \cdot (x^2+3)} \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$m(-1; -\log 2) \quad M(3; \log(7/6))$ cresce in $(-1, 3)$

Domanda 4 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = (3x^2+3) \cdot e^{x+4}$

Derivata prima	$f' = 3(x^2+2x+1) \cdot e^{x+4} \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = 3(x^2+4x+3) \cdot e^{x+4}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-3; 30e) \quad F_2(-1; 6e^3) \quad \text{concava in } (-3, -1)$

Domanda 5 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione: $f(x) = \frac{-5x^4+x^3}{(x+3) \cdot (x^2-7x+6)}$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{-3, 1, 6\}$
As. verticali	$x = -3, x = 1 \text{ e } x = 6$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = -5x - 19$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Domanda 6 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):



$$\int_0^1 \left(\sqrt[3]{x^2} + \frac{2x+1}{6x+2} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x^2 \cdot e^{4x-3} dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{3}{5}x \cdot \sqrt[3]{x^2} + \frac{3x+1}{9} + \frac{1}{18} \log(6x+2)$ $\frac{14}{15} + \frac{1}{9} \log 2 \approx 1,01$
Integrale indefinito	$\frac{1}{32} e^{4x-3} \cdot (8x^2 - 4x + 1) + c$

Domanda 7 (punti 3, 4*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} k \cdot x + y + 2z = 4 \\ 3x + k \cdot y + z = -3 \\ 2x - 4y + z = k \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -5; 5$: incompatibile $k \neq -5; 5$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{-2k^2 + 5k + 43}{k^2 - 25}; y = \frac{-k^2 + 3k + 8}{k^2 - 25}; z = \frac{k^3 - 23k - 54}{k^2 - 25}$

Domanda 8 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = -3x^2 + 2x \cdot y - y^2 + 4x + 4y - 2$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 2x + 4y = 3$.

Derivate parziali	$f_x = -6x + 2y + 4 \quad f_y = 2x - 2y + 4$
Estremi liberi	$M(2; 4) \quad z = 10 \quad H = 8$
Estremi vincolati	$M(1/2; 1/2) \quad \lambda = 1 \quad z = 3/2$ $H = 136$

Domande teoriche.

- 1) Il teorema di Barrow-Torricelli: enunciato e conseguenze (punti 2, 4*)
- 2) Classificazione dei punti stazionari per funzioni ad una variabile (punti 2, 4*)
- 3) Legame tra continuità e derivabilità (punti 2, 4*)

*Punteggi esercizi solo II parte contrassegnati con *.*