

| | | |
|-------|----------|------------|
| Nome: | Cognome: | Matricola: |
|-------|----------|------------|

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)
Dott. Giovanni Masala – gennaio 2020



Domanda 1 (punti 3).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = x \cdot \sqrt{\frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 9}}$$

| | |
|--------------|---|
| Dominio | $E = (-\infty, -3) \cup [2, 3) \cup [5, +\infty)$ |
| Positività | $P = (2, 3) \cup (5, +\infty)$ |
| Intersezioni | $A(2;0) \quad B(5;0)$ |

Domanda 2 (punti 3).

Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 + 2x - 1} - 3x + 2)$ e $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\log(5+2x)}{x^2 - 4}$

| | |
|-----------|-------------|
| Soluzioni | $7/3; -1/2$ |
|-----------|-------------|

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 + 2}$

| | |
|----------------|---|
| Derivata prima | $f' = \frac{-2(x^2 + x - 2)}{(x^2 + 2)^2} \quad E = \mathbb{R}$ |
| Estremi | $m(-2; 1/2) \quad M(1; 2)$ cresce in $(-2, 1)$ |

Domanda 4 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = 2x \cdot \log(4 + x^2)$

| | |
|---------------------------------|--|
| Derivata prima | $f' = \frac{4x^2}{4 + x^2} + 2 \log(4 + x^2) \quad E = \mathbb{R}$ |
| Derivata seconda | $f'' = \frac{4x \cdot (12 + x^2)}{(4 + x^2)^2}$ |
| Insieme di convessità Flessi | $F_1(0;0) \quad \text{convessa in } (0, +\infty)$ |

Domanda 5 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione: $f(x) = \frac{\sqrt{4x^4 + 2x^2 + 5}}{x^2 - 3x - 4}$

| | |
|--------------------------------|--------------------------------------|
| Dominio | $E = \mathbb{R} \setminus \{-1, 4\}$ |
| As. verticali | $x = -1$ e $x = 4$ |
| As. obliqui oppure orizzontali | $y = 2$ |

| | | |
|-------|----------|------------|
| Nome: | Cognome: | Matricola: |
|-------|----------|------------|

Tipologia compito:



Domanda 6 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_0^1 \left(4^x + \frac{-8x+2}{2x+6} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x \cdot \log(4x+2) dx$$

| | |
|----------------------|--|
| Integrale definito | primitiva: $\frac{4^x}{\log 4} - 4x + 13 \log(2x+6)$ $\frac{3}{\log 4} - 4 + 13 \log(4/3) \approx 1,90$ |
| Integrale indefinito | $\frac{1}{2} x^2 \cdot \log(4x+2) - \frac{1}{4} x^2 + \frac{1}{4} x - \frac{1}{8} \log(2x+1) + c$ |

Domanda 7 (punti 3, 4*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 2x + k \cdot y - 3z = -k \\ x + 4z = 2 \\ -4x + 5y + k \cdot z = 3 \end{cases}$$

| | |
|---------------|--|
| Compatibilità | $k = -11; -5$: incompatibile $k \neq -11; -5$: sol. unica |
| Soluzioni | $x = \frac{2(k^2 - 16k + 15)}{k^2 + 16k + 55}; y = \frac{-k^2 - 20k + 57}{k^2 + 16k + 55}; z = \frac{4(4k + 5)}{k^2 + 16k + 55}$ |

Domanda 8 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = -2x^2 + 4x \cdot y + 2y^2 - x + 5y - 2$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 2x + 2y = -2$.

| | |
|-------------------|---|
| Derivate parziali | $f_x = -4x + 4y - 1 \quad f_y = 4x + 4y + 5$ |
| Estremi liberi | $S(-3/4; -1/2) \quad z = -23/8 \quad H = -32$ |
| Estremi vincolati | $M(-3/4; -1/4) \quad \lambda = 1/2 \quad z = -11/4$ $H = 32$ |

Domande teoriche.

- 1) Definizione di rapporto incrementale parziale e derivate parziali (punti 2, 4*)
- 2) Definizione di limite e legame con gli asintoti verticali (punti 2, 4*)
- 3) Il teorema di Rolle con esempio (punti 2, 4*)

*Punteggi esercizi solo II parte contrassegnati con *.*