

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

**Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)**  
**Dott. Giovanni Masala – giugno 2019**



**Domanda 1 (punti 3).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2-1}{x+4}} \log(x+3)$$

Dominio	$E = (-3, -1] \cup [1, +\infty)$
Positività	$P = (-2, -1) \cup (1, +\infty)$
Intersezioni	$A(-2; 0) \quad B(-1; 0) \quad C(1; 0)$

**Domanda 2 (punti 3).**

Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 3x - 6} - 2x)$  e  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{x^2-4} - 1}{x^2 - 5x + 6}$

Soluzioni	$3/4; -4$
-----------	-----------

**Domanda 3 (punti 3).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione:  $f(x) = 4x^3 \cdot e^{2-6x^2}$

Derivata prima	$f' = -12x^2 \cdot (2x-1) \cdot (2x+1) \cdot e^{2-6x^2} \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$m(-1/2; -\sqrt{e}/2) \quad M(1/2; \sqrt{e}/2)$ cresce in $(-1/2, 1/2)$

**Domanda 4 (punti 3).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione:  $f(x) = \log(2x^2 - 2x + 5)$

Derivata prima	$f' = \frac{4x-2}{2x^2-2x+5} \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = \frac{8(-x^2+x+2)}{(2x^2-2x+5)^2}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-1; \log 9) \quad F_2(2; \log 9) \quad \text{convessa in } (-1, 2)$

**Domanda 5 (punti 2).**

Determinare gli asintoti della funzione:  $f(x) = \frac{\sqrt{9x^4 + 3x^2 + 4}}{x^2 + x - 6}$

Dominio	$E = \mathbb{R} \setminus \{-3, 2\}$
As. verticali	$x = -3$ e $x = 2$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 3$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



**Domanda 6 (punti 3, 6\*).**

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_1^2 \left( 4x^2 + \frac{x+5}{2x+4} \right) dx \quad \text{e} \quad \int 2x^2 \cdot e^{6x+2} dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{4}{3}x^3 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}\log(2x+4)$ $\frac{59}{6} + \frac{3}{2}\log\frac{4}{3} \approx 10,26$
Integrale indefinito	$\frac{1}{54}e^{6x+2} \cdot (18x^2 - 6x + 1) + c$

**Domanda 7 (punti 3, 4\*).** Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale  $k$  e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} x + 2y + k \cdot z = 2 \\ 3x + 2y + 4z = k \\ 2x + k \cdot y + 3z = 3 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = 2/3; 2$ : incompatibile $k \neq 2/3; 2$ : sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{k^3 - 20k + 36}{3k^2 - 8k + 4}; y = \frac{-2(k^2 - 6k + 7)}{3k^2 - 8k + 4}; z = \frac{-k^2 + 10k - 20}{3k^2 - 8k + 4}$

**Domanda 8 (punti 4, 8\*).** Data la funzione  $z = f(x, y) = x^2 - 2x \cdot y + 4y^2 + 5x - 2y + 1$ , determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo  $g(x, y) = x + 2y = 6$ .

Derivate parziali	$f_x = 2x - 2y + 5 \quad f_y = -2x + 8y - 2$
Estremi liberi	$m(-3; -1/2) \quad z = -6 \quad H = 12$
Estremi vincolati	$m(2; 2) \quad \lambda = 5 \quad z = 19$ $H = -24$

**Domande teoriche.**

- 1) Il teorema di Barrow-Torricelli: enunciato e dimostrazione (punti 2, 4\*)
- 2) Classificazione dei punti di discontinuità (punti 2, 4\*)
- 3) Il teorema di Rolle: esempio e significato geometrico (punti 2, 4\*)

*Punteggi esercizi solo II parte contrassegnati con \*.*