

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)
Dott. Giovanni Masala – giugno 2021



Domanda 1 (punti 3).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \log(x+5) \cdot \sqrt{\frac{x+3}{x-2}}$$

Dominio	$E = (-5, -3] \cup (2, +\infty)$
Positività	$P = (-4, -3) \cup (2, +\infty)$
Intersezioni	$A(-4; 0) \quad B(-3; 0)$

Domanda 2 (punti 3).

Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 3x - 3} - \sqrt{4x^2 + 6x + 5})$ e $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x^2-1} - 1}{x^4 - 8x^2 + 7}$

Soluzioni	$-3/4; -1/6$
-----------	--------------

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 8}{x + 4}$

Derivata prima	$f' = \frac{x^2 + 8x - 20}{(x+4)^2} \quad E = \mathbb{R} \setminus \{-4\}$
Estremi	$M(-10; -23) \quad m(2; 1)$ cresce in $(-\infty, -10) \cup (2, +\infty)$

Domanda 4 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = \log \frac{4-x}{6+x}$

Derivata prima	$f' = \frac{10}{(x-4) \cdot (x+6)} \quad E = (-6, 4)$
Derivata seconda	$f'' = \frac{-20(x+1)}{(x-4)^2 \cdot (x+6)^2}$
Insieme di convessità Flessi	$F(-1; 0) \quad$ convessa in $(-6, -1)$

Domanda 5 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione: $f(x) = \frac{4x^4 - 2x^3 + 3x - 6}{(x^2 - 1) \cdot (x^2 - 9)}$

Dominio	$E = \mathbb{R} \setminus \{-3, -1, 1, 3\}$
As. verticali	$x = -3, x = -1, x = 1$ e $x = 3$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 4$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



Domanda 6 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_1^4 \left(\frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4x} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x^2 \cdot \log(2x+4) dx$$

Integrale definito	primitiva: $2\sqrt{x} - \frac{1}{2} \log(4\sqrt{x}+1)$ $2 - \frac{1}{2} \log \frac{9}{5} \simeq 1,7061$
Integrale indefinito	$\frac{1}{9} (24 \log(x+2) + x \cdot (3x^2 \cdot \log(2x+4) - x^2 + 3x - 12)) + c$

Domanda 7 (punti 3, 4*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} x + 5y + 3z = 3 \\ 2x + k \cdot y - 4z = 4 \\ k \cdot x + 5y - k \cdot z = k \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -5; 5/2$: incompatibile $k \neq -5; 5/2$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{3k^2 - 60}{2k^2 + 5k - 25}; y = \frac{6k}{2k^2 + 5k - 25}; z = \frac{k^2 - 5k - 5}{2k^2 + 5k - 25}$

Domanda 8 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = -4x^2 + 2x \cdot y + y^2 + 2x - 3y + 3$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 2x + y = 6$.

Derivate parziali	$f_x = -8x + 2y + 2 \quad f_y = 2x + 2y - 3$
Estremi liberi	$S(1/2; 1) \quad z = 2 \quad H = -20$
Estremi vincolati	$M(-1/2; 7) \quad \lambda = 10 \quad z = 22$ $H = 8$

Domande teoriche.

- 1) Il teorema di Barrow-Torricelli e le sue conseguenze (punti 2, 4*)
- 2) Il teorema di Rolle con esempio (punti 2, 4*)
- 3) Definizione di derivata e significato geometrico (punti 2, 4*)
- 4) Condizione affinché un sistema quadrato abbia infinite soluzioni (punti 1.5; 3*)

*Punteggi esercizi solo II parte contrassegnati con *.*