

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (CdL. EF)
Dott. Giovanni Masala – luglio 2018



Domanda 1 (punti 2).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \frac{\sqrt[3]{25-x^2}}{\log(x+4)}$$

Dominio	$E = (-4, +\infty) \setminus \{-3\}$
Positività	$P = (-3, 5)$
Intersezioni	$A = (5; 0) \quad B = \left(0; \sqrt[3]{25} / \log 4\right)$

Domanda 2 (punti 3).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = (4x+7) \cdot e^{x^2-x+1}$

Derivata prima	$f' = (8x^2 + 10x - 3) \cdot e^{x^2-x+1} \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$M\left(-3/2; e^{19/4}\right) \quad m\left(1/4; 8e^{13/16}\right)$ decresce in $(-3/2, 1/4)$

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = \frac{x^2+4}{x^2+6}$

Derivata prima	$f' = \frac{4x}{(x^2+6)^2} \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = \frac{12(2-x^2)}{(x^2+6)^3}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-\sqrt{2}; 3/4) \quad F_2(\sqrt{2}; 3/4)$ convessa in $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$

Domanda 4 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{5x^5 + 2x^4}{(x^2-4) \cdot (x^2-16)}$$

Dominio	$E = \mathbb{R} \setminus \{-4, -2, 2, 4\}$
As. verticali	$x = -4, x = -2, x = 2, x = 4$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 5x + 2$

Domande teoriche

1) Classificazione dei punti stazionari (punti 3)

2) Operazioni sui limiti e forme indeterminate (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Domanda 5 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):



$$\int_0^1 \frac{x - 4\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 4} dx \quad \text{e} \quad \int x \cdot \log(x^2 + 4) dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{2}{3}\sqrt{x^3}$ $\frac{2}{3}$
Integrale indefinito	$\frac{1}{2}[(x^2 + 4) \cdot \log(x^2 + 4) - x^2] + c$

Domanda 6 (punti 3, 6*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 4x + k \cdot y - z = 3 \\ x - 3y + 2z = k \\ k \cdot x - 2y + 5z = 2 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -3; 7$: incompatibile $k \neq -3; 7$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{-5k^2 + 6k - 39}{2k^2 - 8k - 42}; y = \frac{k^2 + 26k - 33}{2k^2 - 8k - 42}; z = \frac{k^3 + 15k - 30}{2k^2 - 8k - 42}$

Domanda 7 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = x \cdot (4x + 3y - 2) - 3y + 1$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = x + 3y = 4$

Derivate parziali	$f_x = 8x + 3y - 2 \quad f_y = 3x - 3$
Estremi liberi	$S(1; -2) \quad z = 3 \quad H = -9$
Estremi vincolati	$m(-1/2; 3/2) \quad \lambda = -3/2 \quad z = -15/4$ $H = -54$

Domande teoriche.

3) Il teorema di Barrow-Torricelli, enunciato e dimostrazione (punti 4)

4) Condizioni affinché un sistema lineare abbia una soluzione unica (punti 3)

5) Criteri per la ricerca dei punti di sella (punti 3)

Domande teoriche: 3, 4, 5 per la II parte; 1, 2, 3 per la prova completa.

*Punteggi esercizi solo II parte contrassegnati con *.*