

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)
Dott. Giovanni Masala – luglio 2019



Domanda 1 (punti 3).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x^2 + 1}} \log(4 - x)$$

Dominio	$E = (-\infty, -2] \cup [2, 4)$
Positività	$P = (-\infty, -2) \cup (2, 3)$
Intersezioni	$A(-2; 0) \quad B(2; 0) \quad C(3; 0)$

Domanda 2 (punti 3).

Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 4x + 3} - x + 4)$ e $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{e^{x^2 - 5x + 6} - 1}{x^2 - 9}$

Soluzioni	6; 1/6
-----------	--------

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la crescenza e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \log(x^4 + x^2 + 1)$

Derivata prima	$f' = \frac{2x \cdot (2x^2 + 1)}{x^4 + x^2 + 1} \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$m(0; 0) \quad \text{cresce in } (0, +\infty)$

Domanda 4 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = 2x \cdot e^{1-3x^2}$

Derivata prima	$f' = -2e^{1-3x^2} \cdot (6x^2 - 1) \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = 36e^{1-3x^2} \cdot x \cdot (2x^2 - 1)$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-\sqrt{2}/2; -\sqrt{2}/e) \quad F_2(\sqrt{2}/2; \sqrt{2}/e) \quad F_3(0; 0)$ convessa in $(-\sqrt{2}/2, 0) \cup (\sqrt{2}/2, +\infty)$

Domanda 5 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione: $f(x) = \frac{6x^4 - 4x^2 - 5x + 7}{x \cdot (x^2 - 7x + 10)}$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{0, 2, 5\}$
As. verticali	$x = 0; x = 2 \text{ e } x = 5$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 6x + 42$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Domanda 6 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):



$$\int_2^3 \left(\frac{1 + \log x}{x \cdot \log x} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x^3 \cdot e^{x+2} dx$$

Integrale definito	primitiva: $\log x + \log(\log x)$ $\log 3 - \log 2 + \log(\log 3) - \log(\log 2) \approx 0,87$
Integrale indefinito	$e^{x+2} \cdot (x^3 - 3x^2 + 6x - 6) + c$

Domanda 7 (punti 3, 4*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} k \cdot x + 2y + k \cdot z = 3 \\ x - 2y + 4z = k \\ 2x + k \cdot y + 2z = 4 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -2; 2$: incompatibile $k \neq -2; 2$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{k^3 - 8k + 20}{-3k^2 + 12}; y = \frac{4k - 6}{k^2 - 4}; z = \frac{k^3 + k - 4}{3k^2 - 12}$

Domanda 8 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = 3x^2 - 4x \cdot y - 2y^2 + 4x - y + 2$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 2x + 2y = 3$.

Derivate parziali	$f_x = 6x - 4y + 4 \quad f_y = -4x - 4y - 1$
Estremi liberi	$S(-1/2; 1/4) \quad z = 7/8 \quad H = -40$
Estremi vincolati	$m(-1/2; 2) \quad \lambda = -7/2 \quad z = -21/4$ $H = -40$

Domande teoriche.

- 1) Il teorema di Barrow-Torricelli: enunciato e conseguenze (punti 2, 4*)
- 2) Definizione e significato geometrico di derivata in un punto (punti 2, 4*)
- 3) Legame tra continuità e derivabilità con esempi (punti 2, 4*)

*Punteggi esercizi solo II parte contrassegnati con *.*