

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)
Dott. Giovanni Masala – luglio 2021



Domanda 1 (punti 3).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4} \cdot \log\left(\frac{2x+6}{5-x}\right)$$

Dominio	$E = (-3, -2] \cup [2, 5)$
Positività	$P = (2, 5)$
Intersezioni	$A(-2; 0) \quad B(2; 0)$

Domanda 2 (punti 3).

Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 4x + 5} - \sqrt{x^2 - 5x + 8})$ e $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\log(x^2 - 3x + 3)}{2x^2 - 5x + 2}$

Soluzioni	9/2; 1/3
-----------	----------

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = x^2 \cdot e^{3x^2 - 8x + 2}$

Derivata prima	$f' = 2x \cdot (3x^2 - 4x + 1) \cdot e^{3x^2 - 8x + 2} \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$m(0; 0) \quad M(1/3; e^{-1/3}/9) \quad m(1; e^{-3})$ cresce in $(0, 1/3) \cup (1, +\infty)$

Domanda 4 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = \frac{x^2 + 5x + 3}{x^2 + 3}$

Derivata prima	$f' = \frac{5(3 - x^2)}{(x^2 + 3)^2} \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = \frac{10x \cdot (x^2 - 9)}{(x^2 + 3)^3}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-3; -1/4) \quad F_2(0; 1) \quad F_3(3; 9/4)$ convessa in $(-3, 0) \cup (3, +\infty)$

Domanda 5 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione: $f(x) = \frac{\sqrt{16x^4 + 4x^2 + 2}}{x^2 - 6x + 8}$

Dominio	$E = \mathbb{R} \setminus \{2, 4\}$
As. verticali	$x = 2$ e $x = 4$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 4$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



Domanda 6 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_0^2 \left(\sqrt{2x} + \frac{3x-7}{4x+6} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x^2 \cdot e^{4-3x} dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{2}{3}\sqrt{2}x^{3/2} + \frac{3}{8}(2x+3) - \frac{23}{8}\log(4x+6)$ $\frac{25}{6} - \frac{23}{8}\log\frac{7}{3} \approx 1,7307$
Integrale indefinito	$-\frac{1}{27}e^{4-3x} \cdot (9x^2 + 6x + 2) + c$

Domanda 7 (punti 3, 4*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} k \cdot x + 5y + k \cdot z = 6 \\ 5x + y + z = 3 \\ -2x + 4y + 2z = k \end{cases}$$

Compatibilità	$k = 3$: indeterminato $k \neq 3$: sol. unica
Soluzioni	$x \in \mathbb{R}; y = 6x - \frac{3}{2}; z = \frac{9}{2} - 11x \quad (k = 3)$ $x = \frac{14-k}{20}; y = \frac{k+6}{5}; z = \frac{k-34}{20} \quad (k \neq 3)$

Domanda 8 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = 3x^2 - 3x \cdot y + 2y^2 + 5x - 2$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 4x + 2y = 4$.

Derivate parziali	$f_x = 6x - 3y + 5 \quad f_y = -3x + 4y$
Estremi liberi	$m(-4/3; -1) \quad z = -16/3 \quad H = 15$
Estremi vincolati	$m(1/2; 1) \quad \lambda = 5/4 \quad z = 7/4$ $H = -136$

Domande teoriche.

- 1) Definizione di derivata parziale (punti 2, 4*)
- 2) Il teorema di Lagrange con esempio (punti 2, 4*)
- 3) Il legame tra continuità e derivabilità con esempi (punti 2, 4*)
- 4) Il teorema degli zeri (punti 1.5, 3*)

*Punteggi esercizi solo II parte contrassegnati con *.*