

Esame scritto di Matematica 2 - SIMULAZIONE 1

- (1) [8.5 punti] Dopo aver individuato quali delle seguenti funzioni sono infinitesimi per $x \rightarrow +\infty$

$$\operatorname{arccot}x, \operatorname{artg}x, e^{-x}, \ln(x+2) - \ln(x^2+1)$$

si determini quello di ordine superiore.

- (2) [9 punti] Dopo aver verificato che $x_0 = 0$ è un punto stazionario per la seguente funzione

$$f(x) = (x^2 - 1)\operatorname{artg}x + x[1 - \ln(1 + x^2)]$$

se ne determini la natura.

Si scrivano quindi: (i) la formula di Taylor per f centrata in $x_0 = 0$ e arrestata al terz'ordine (ii) la tangente al grafico di f in $x = 1$.

- (3) [8.5 punti] Si calcoli l'integrale seguente

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx$$

- (4) [4 punti] Si calcoli il determinante della seguente matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

Cosa si può dire del rango di A ?

(Bonus) La funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

è continua in $x_0 = 0$? Esistono le derivate $f'(0)$ e $f''(0)$?

NB l'esercizio Bonus vale l'attribuzione della Lode in caso tutti gli esercizi precedenti siano stati svolti (o, in caso contrario, 1 o 2 punti aggiuntivi a discrezione del docente).