Esercizi Matematica 2 per Chimica (Esercitazione 08/03/21)

(1) Si scompongano i seguenti polinomi e se ne determinino le radici:

$$x^3 + 3x^2 - 4$$
$$x^3 + 2x^2 - x - 2$$
$$x^4 + 3x^3 - x - 3$$
$$2x^5 - 3x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 3x + 2$$

Se ne studi poi il segno al variare di $x \in \mathbb{R}$.

(2) Si studi il segno delle seguenti funzioni

$$f : \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi\right) \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \mathrm{tg} x$$

(si usi la definizione di tangente come $\frac{\sin x}{\cos x}$)

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = (x - \pi) \sin x$$

,

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad \cos^2 x - \frac{1}{4}$$

(3) Quali delle seguenti funzioni hanno il grafico che passa per l'origine?

$$f(x) = 2x^3 - 5x^2 + x + 4, \quad f(x) = 2^x - \cos x, \quad f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 1$$

(4) Si disegnino i grafici delle seguenti funzioni lineari

$$f(x) = -2x + 1, \quad f(x) = \frac{1}{3}x + 3, \quad f(x) = x - 5$$

(5) Si disegnino i simmetrici dei grafici delle seguenti funzioni rispetto alla retta $y = x$

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = e^x$$
$$f : \left[-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}\right] \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \sin x$$
$$f : [0, +\infty) \to \mathbb{R}, \quad f(x) = x^2$$

(questo esercizio è in preparazione alla lezione sulle *funzioni inverse*)

(6) Una funzione $f(x)$ si dice *pari* se verifica l'uguaglianza $f(-x) = f(x)$, mentre si dice *dispari* se verifica l'uguaglianza $f(-x) = -f(x)$. Si verifichi se le seguenti funzioni sono pari o dispari

$$f(x) = 2x^6 - x^4 + 3x^2 + 1, \quad f(x) = x^3 + 2x, \quad f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$$

$$f(x) = 2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x, \quad f(x) = \sin x, \quad f(x) = \cos x, \quad f(x) = \sin x + \cos x, \quad f(x) = \mathrm{tg} x$$

(si usi la definizione di tangente come $\frac{\sin x}{\cos x}$)

(7) Si spieghi, giustificandolo rigorosamente, il fenomeno illustrato graficamente a lezione per cui se $n > m$ allora il grafico di x^n sta sotto il grafico di x^m per x compreso tra 0 e 1 mentre viceversa per $x > 1$ il grafico di x^n sta sopra il grafico di x^m