Esercizi Matematica 2 per Chimica (Esercitazione 08/04/21)

(1) Utilizzando i limiti notevoli, il metodo di sostituzione e altri artifici suggeriti a lezione/negli appunti, si calcolino i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{3x^5+x^4-x^2+1}{-2x^5+x^3-5x}, \quad \lim_{x\to+\infty} 1+\log_{10} x-\sqrt[3]{x^2}, \quad \lim_{x\to+\infty} \ln\left(5x^3-\left(\frac{1}{3}\right)^x-x\right),$$

$$\lim_{x\to+\infty} \operatorname{artg}\frac{\sqrt{x}-5\cdot 2^x+1}{x^4-x^3+5x+1}, \quad \lim_{x\to-\infty} x+\sqrt{x^2+3},$$

(2) Dopo aver verificato che le seguenti coppie $f(x)$, $g(x)$ di funzioni sono entrambe infinitesimi o entrambi infiniti (rispetto al limite indicato), li si confronti.

$$f(x)=\sin(x^3+x^2-x-1), \quad g(x)=x^2-1 \quad (x\to-1)$$

$$f(x)=2^{(x^3)}, \quad g(x)=5^x \quad (x\to+\infty)$$

$$f(x)=e^x\sin x, \quad g(x)=\sqrt[3]{\frac{1}{x^8}} \quad (x\to-\infty)$$

$$f(x)=\log_3 x, \quad g(x)=\log_5 x \quad (x\to+\infty)$$

$$f(x)=\ln x, \quad g(x)=\frac{1}{\sin x} \quad (x\to 0)$$

(per l'ultimo caso, utilizzare l'Osservazione 0.1 a pag. 7 della terza parte degli appunti sui limiti)

(3) Dopo aver calcolato i seguenti limiti destro e sinistro

$$\lim_{x\to 0^\pm} \frac{1}{1-e^{-\frac{1}{x}}}$$

si risponda alla seguente domanda: la funzione $f(x)=\frac{1}{1-e^{-\frac{1}{x}}}$ non è definita in $x=0$, ma esiste un valore che possiamo assegnare a $f(0)$ in modo che risulti continua? (per un confronto, si risponda alla stessa domanda per $f(x)=\frac{\sin x}{x}$)