



Corso di Analisi Matematica 2

Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica – Prof. A. Iannizzotto

Prove d'esame

Versione del 28 ottobre 2021

Prova scritta di Matematica 2

Appello del 21 novembre 2014 – Tempo: 150 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Docente	

1. Enunciare la definizione di forma differenziale esatta e condizioni sufficienti per l'esattezza di una forma differenziale. Data la forma differenziale

$$\omega = \frac{dx}{x\sqrt{xy}} + \frac{dy}{y\sqrt{xy}},$$

dire se è esatta e in caso affermativo determinarne un potenziale. Detta γ la curva di parametrizzazione

$$\begin{cases} x = 2 + \cos(t) \\ y = 1 + \sin(t) \end{cases}, \quad t \in [0, \pi],$$

calcolare $\int_{\gamma} \omega$.

2. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = e^{-x} \\ y(0) = y'(0) = 1. \end{cases}$$

3. Calcolare minimo e massimo assoluti della funzione $f(x, y) = e^{x-y}$ nel dominio

$$T = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \frac{1-x}{x+1} \right\}.$$

4. Enunciare la formula dell'area di una superficie curvilinea in \mathbb{R}^3 . Quindi calcolare l'area della superficie di equazione $z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$ che si proietta sul dominio

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 1-x \leq y \leq \sqrt{1-x^2} \right\}.$$

5. (Facoltativo, sarà valutato solo se il voto riportato nei precedenti esercizi è almeno 16/30) Enunciare il Teorema di Green-Gauss e indicarne un'applicazione.

Prova scritta di Matematica 2
Appello del 23 gennaio 2015 – Tempo: 150 minuti
Compito A

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Docente	

1. Determinare il minimo e il massimo assoluti della funzione $f(x, y) = x - x^2 - y^2$ nel dominio

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

2. Enunciare il Teorema di Stokes. Utilizzandolo, calcolare

$$\int_{+B\Sigma} (x + y) dx + (z - y) dy + xy dz,$$

dove

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2 + y^2, x^2 + y^2 \leq 4\}$$

(si trasformi l'integrale curvilineo in integrale superficiale).

3. Determinare la lunghezza della curva di parametrizzazione

$$\begin{cases} x = e^t \sin(t) \\ y = e^t \cos(t) \end{cases}, \quad t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right].$$

4. Calcolare il volume della regione di spazio Q compresa tra il piano $z = 0$ e il paraboloido $z = x^2 + y^2$, che si proietta sull'anello circolare

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}.$$

5. (Facoltativo, sarà valutato solo se il voto riportato nei precedenti esercizi è almeno 16/30) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - y = e^x \\ y(0) = -\frac{1}{4} \\ y'(0) = \frac{3}{4}. \end{cases}$$

Prova scritta di Matematica 2
Appello del 23 gennaio 2015 – Tempo: 150 minuti
Compito B

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Docente	

1. Determinare il minimo e il massimo assoluti della funzione $f(x, y) = y - x^2 - 2y^2$ nel dominio

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 2y^2 \leq 1\}.$$

2. Stabilire se la forma differenziale

$$\omega = \frac{1 - x + y}{e^{x+y}} dx + \frac{-1 - x + y}{e^{x+y}} dy$$

è esatta nel suo insieme di definizione. Quindi calcolare l'integrale di ω lungo la curva di parametrizzazione

$$\begin{cases} x = \log(t) \\ y = -\log(t) \end{cases}, \quad t \in [1, 2].$$

3. Enunciare le due formule di Green-Gauss. Utilizzandone una, calcolare

$$\iint_D x^2 dx dy,$$

dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2\}$$

(trasformare l'integrale doppio in integrale curvilineo).

4. Calcolare il volume della regione di spazio Q compresa tra il piano $z = 0$ e il cono $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, che si proietta sull'anello circolare

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}.$$

5. (Facoltativo, sarà valutato solo se il voto riportato nei precedenti esercizi è almeno 16/30) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 4y = \sin(2x) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 2. \end{cases}$$

Prova scritta di Matematica 2
Appello del 6 febbraio 2015 – Tempo: 150 minuti
Compito A

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Docente	

1. Determinare il minimo e il massimo assoluti della funzione $f(x, y) = x$ nel dominio

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x^2 + y^2 + 1)^2 \leq 4\}.$$

2. Enunciare il Teorema di Stokes. Utilizzandolo, calcolare

$$\int_{+B\Sigma} \langle F, t \rangle ds,$$

dove $F(x, y, z) = (y, z, -x)$ e

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = 2x + 5y, x^2 + y^2 \leq 1\}$$

(si trasformi l'integrale curvilineo in integrale superficiale).

3. Calcolare il volume della regione limitata Q di \mathbb{R}^3 compresa fra il piano di equazione $x + 2y - z = 0$ e il paraboloido di equazione $x^2 + y^2 + z = 3/4$.
4. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - y' = |x| \\ y(1) = 0 \\ y'(1) = 1. \end{cases}$$

5. (Facoltativo, sarà valutato solo se il voto riportato nei precedenti esercizi è almeno 16/30) Calcolare l'area della superficie

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 4, x + y \geq 0, z \geq 0\}.$$

Prova scritta di Matematica 2
Appello del 6 febbraio 2015 – Tempo: 150 minuti
Compito B

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Docente	

1. Determinare il minimo e il massimo assoluti della funzione $f(x, y) = y$ nel dominio

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x^2 + y^2 + 2)^2 \leq 9\}.$$

2. Enunciare il Teorema di Green-Gauss. Utilizzandolo, calcolare

$$\int_D \frac{1}{y+2} dx dy,$$

dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 4, y^2 \geq 4 - 4x\}$$

(si trasformi l'integrale doppio in integrale curvilineo).

3. Dire se la forma differenziale

$$\omega = y \ln(1 + xy) dx + x \ln(1 + xy) dy$$

è esatta nel suo insieme di definizione. In tal caso, calcolarne un potenziale.

4. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - y' = |x| \\ y(-1) = 1 \\ y'(-1) = 2. \end{cases}$$

5. (Facoltativo, sarà valutato solo se il voto riportato nei precedenti esercizi è almeno 16/30) Calcolare l'area della superficie

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 4, x - y \geq 0, z \leq 0\}.$$

Prova scritta di Matematica 2
Appello del 26 maggio 2015 – Tempo: 150 minuti
Compito A (Simulazione)

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Dire se esistono, ed eventualmente calcolare, i seguenti limiti:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(xy)}{x^2 + y^2}, \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^2 + y^2)}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

2. Determinare il minimo e il massimo assoluti della funzione $f(x, y) = e^{x^2+xy+y}$ definita nel dominio

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y \leq 1\}.$$

3. Usando le formule di Gauß-Green, calcolare l'integrale curvilineo di seconda specie

$$\int_{\gamma} (x^2 - y^2)dx + (y^2 - x)dy,$$

dove γ è la curva ottenuta concatenando le curve

$$\gamma_1 : \begin{cases} x = \cos(t) \\ y = \sin(t) \end{cases}, \quad t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], \quad \gamma_2 : \begin{cases} x = \sin(t)^2 \\ y = \cos(t)^2 \end{cases}, \quad t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right].$$

4. Calcolare l'area della superficie elicoidale di parametrizzazione

$$\begin{cases} x = \rho \cos(\theta) \\ y = \rho \sin(\theta) \\ z = \theta \end{cases}, \quad (\rho, \theta) \in [0, 1] \times [0, 2\pi]$$

(Suggerimento: usare al momento opportuno il cambiamento di variabile $\rho = \sinh(t)$).

- 5.1. *Programma da 5 crediti:* Siano $A \subset \mathbb{R}^2$ un insieme aperto, $(x_0, y_0) \in A$, e $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione differenziabile in (x_0, y_0) . Dimostrare che f è continua in (x_0, y_0) .

- 5.2. *Programma da 9 crediti:* Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 2y' = x^2 - x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$

Prova scritta di Matematica 2
Appello del 26 maggio 2015 – Tempo: 150 minuti
Compito B (Simulazione)

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Dire se esiste, ed eventualmente determinare, il piano tangente nel punto $(0, 0, 1)$ al grafico della funzione

$$f(x, y) = \cos(x + y)e^{x-y}.$$

2. Calcolare la lunghezza della curva γ di parametrizzazione

$$\begin{cases} x = t^2 \\ y = t^3 \end{cases}, \quad t \in [0, 2].$$

3. Calcolare il volume della regione

$$Q = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 4y^2 \leq 4, 0 \leq z \leq y^2\}.$$

4. Siano $F(x, y, z) = (-2z^3, x^3, 2x^3y^2)$ e

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 4, z = x^2 + y^2\}.$$

Calcolare, servendosi del teorema di Stokes, il flusso di $\text{rot}F$ attraverso la superficie Σ orientata verso l'alto.

- 5.1. *Programma da 5 crediti:* Siano $A \subset \mathbb{R}^3$ un insieme aperto, $F \in C^1(A, \mathbb{R}^3)$ un campo. Dimostrare che se F è conservativo, allora F è irrotazionale. In quali casi è vera anche l'implicazione inversa?

- 5.2. *Programma da 9 crediti:* Studiare il carattere delle serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin\left(\frac{1}{n}\right), \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin\left(\frac{1}{n}\right).$$

Prova scritta di Matematica 2
Appello del 5 giugno 2015 – Tempo: 150 minuti
Compito A

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Siano $F \in C^1(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2)$ un campo conservativo, γ_1, γ_2 curve regolari in \mathbb{R}^2 , di parametrizzazioni r_1, r_2 , aventi gli stessi estremi: dimostrare che

$$\int_{\gamma_1} F \cdot dr_1 = \int_{\gamma_2} F \cdot dr_2.$$

2. Sia $Q \subset \mathbb{R}^3$ la regione limitata compresa tra i piani $z = 0, z = y + 1$ e il cilindro $x^2 + y^2 = 1$. Calcolare

$$\iiint_Q z \, dx \, dy \, dz.$$

3. Usando le formule di Gauß-Green, calcolare l'area del dominio D delimitato dall'ellisse di equazione

$$\frac{(x+1)^2}{4} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1.$$

4. Calcolare l'area della superficie di rappresentazione cartesiana

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1, z = y^2 - x^2\}.$$

- 5.1. *Programma da 9 crediti:* Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' - \sin(x)y = \sin(2x) \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

- 5.2. *Programma da 5 crediti, facoltativo:* Dire, motivando la risposta, se la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2 + y^2)x}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

è differenziabile in $(0, 0)$. In tal caso, ricavare l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(0, 0, 0)$.

Prova scritta di Matematica 2
Appello del 5 giugno 2015 – Tempo: 150 minuti
Compito B

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Siano $F \in C^1(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2)$ un campo conservativo, γ una curva regolare chiusa in \mathbb{R}^2 : dimostrare che

$$\int_{\gamma} F \cdot dr = 0.$$

2. Sia $Q \subset \mathbb{R}^3$ la regione limitata compresa tra i piani $z = 0$, $z = x + 1$ e il cilindro $x^2 + y^2 = 1$. Calcolare

$$\iiint_Q z \, dx \, dy \, dz.$$

3. Usando le formule di Gauß-Green, calcolare l'area del dominio D delimitato dall'ellisse di equazione

$$\frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{16} = 1.$$

4. Calcolare l'area della superficie di rappresentazione cartesiana

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y \leq 0, x^2 + y^2 \leq 1, z = x^2 - y^2\}.$$

- 5.1. *Programma da 9 crediti:* Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + \cos(x)y = \sin(2x) \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

- 5.2. *Programma da 5 crediti, facoltativo:* Dire, motivando la risposta, se la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2 + y^2)y}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

è differenziabile in $(0, 0)$. In tal caso, ricavare l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(0, 0, 0)$.

Prova scritta di Matematica 2
Appello del 25 giugno 2015 – Tempo: 150 minuti
Compito A

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Siano $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ un campo di classe C^1 e Σ_1, Σ_2 le superfici seguenti:

$$\Sigma_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq x\},$$

$$\Sigma_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \leq x\}.$$

Considerando le superfici orientate verso l'alto, dimostrare che

$$\int_{\Sigma_1} \operatorname{rot} F \cdot n \, dS = \int_{\Sigma_2} \operatorname{rot} F \cdot n \, dS.$$

2. Enunciare il teorema di Stokes. Utilizzandolo, calcolare la circuitazione del campo $F(x, y, z) = (y, z, x + y)$ lungo la curva $\partial^+ \Sigma$, dove

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2 + y^2, z \leq x\}.$$

3. Determinare gli estremi assoluti della funzione $f(x, y) = \cos(x - y)$ nel dominio

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x^2\}.$$

4. Verificare che la forma differenziale

$$\omega = 3x\sqrt{y-x} \, dx - (x+2y)\sqrt{y-x} \, dy$$

è esatta nel suo insieme di definizione, quindi calcolare il suo integrale lungo la curva γ di parametrizzazione

$$\begin{cases} x = 2 \cos(t) \\ y = 2 \sin(t) \end{cases}, \quad t \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right].$$

5.1. *Programma da 9 crediti:* Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' - y = 2x \sin(x).$$

5.2. *Programma da 5 crediti, facoltativo:* Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \ln(1 + x^2 + y^2) \sin(x^2).$$

Dire se $(0, 0)$ è un punto critico per f , e in caso affermativo studiarne la natura.

Prova scritta di Matematica 2
Appello del 25 giugno 2015 – Tempo: 150 minuti
Compito B

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Siano $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ un campo di classe C^1 e Σ_1, Σ_2 le superfici seguenti:

$$\Sigma_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq y\},$$

$$\Sigma_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \leq y\}.$$

Considerando le superfici orientate verso l'alto, dimostrare che

$$\int_{\Sigma_1} \text{rot } F \cdot n \, dS = \int_{\Sigma_2} \text{rot } F \cdot n \, dS.$$

2. Enunciare il teorema di Stokes. Utilizzandolo, calcolare la circuitazione del campo $F(x, y, z) = (-x^2, y^2, -z^2)$ lungo la curva $\partial^+ \Sigma$, dove

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + 2y + z = 2, x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

3. Determinare gli estremi assoluti della funzione $f(x, y) = \cos(x + y)$ nel dominio

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 0, 0 \leq y \leq x^2\}.$$

4. Verificare che la forma differenziale

$$\omega = (2x + y)\sqrt{x - y} \, dx - 3y\sqrt{x - y} \, dy$$

è esatta nel suo insieme di definizione, quindi calcolare il suo integrale lungo la curva γ di parametrizzazione

$$\begin{cases} x = 2 \cos(t) \\ y = 2 \sin(t) \end{cases}, \quad t \in \left[-\frac{\pi}{2}, 0\right].$$

5.1. *Programma da 9 crediti:* Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' - 3y' + 2y = 2e^x.$$

5.2. *Programma da 5 crediti, facoltativo:* Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = -\ln(1 + x^2 + y^2) \sin(y^2).$$

Dire se $(0, 0)$ è un punto critico per f , e in caso affermativo studiarne la natura.

Prova scritta di Matematica 2
Appello del 20 luglio 2015 – Tempo: 150 minuti
Compito A

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Siano γ_1, γ_2 le curve parametrizzate da

$$\begin{cases} x = t \\ y = \sqrt{1-t^2} \end{cases}, t \in [-1, 1], \quad \begin{cases} x = \cos(\pi - t) \\ y = \sin(\pi - t) \end{cases}, t \in [0, \pi],$$

rispettivamente. Dimostrare che γ_1 e γ_2 hanno la stessa lunghezza (senza calcolarla).

2. Calcolare il volume della regione di spazio

$$Q = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq y \leq 1 - x^2, 0 \leq z \leq x^2\}.$$

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x, y) = \frac{xy}{e^{x^2+y^2}}.$$

Determinare i punti critici di f e studiarne la natura.

4. Calcolare l'integrale curvilineo (di prima specie)

$$\int_{\gamma} f \, ds,$$

dove $f(x, y) = y^2$ e γ è la curva di parametrizzazione

$$\begin{cases} x = t \cos(t) - \sin(t) \\ y = t \sin(t) + \cos(t) \end{cases}, t \in [0, 2\pi].$$

- 5.1. *Programma da 9 crediti:* Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''' + y = \sin(x) + \cos(x).$$

- 5.2. *Programma da 5 crediti, facoltativo:* Dire se esistono, ed eventualmente calcolare, i seguenti limiti:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{x^2+y^2} - 1}{\operatorname{tg}(x^2 + y^2)}, \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{x^2-y^2} - 1}{\operatorname{tg}(x^2 + y^2)}.$$

Prova scritta di Matematica 2
Appello del 20 luglio 2015 – Tempo: 150 minuti
Compito B

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Siano γ_1, γ_2 le curve parametrizzate da

$$\begin{cases} x = \sqrt{1-t^2} \\ y = t \end{cases}, t \in [-1, 1], \quad \begin{cases} x = \cos(t) \\ y = \sin(t) \end{cases}, t \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

rispettivamente. Dimostrare che γ_1 e γ_2 hanno la stessa lunghezza (senza calcolarla).

2. Calcolare il volume della regione di spazio

$$Q = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 1 - y^2, 0 \leq z \leq y^2\}.$$

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x, y) = \frac{xy}{1 + x^2 + y^2}.$$

Determinare i punti critici di f e studiarne la natura.

4. Calcolare l'integrale curvilineo (di prima specie)

$$\int_{\gamma} f \, ds,$$

dove $f(x, y) = x^2$ e γ è la curva di parametrizzazione

$$\begin{cases} x = t \cos(t) - \sin(t) \\ y = t \sin(t) + \cos(t) \end{cases}, t \in [0, 2\pi].$$

- 5.1. *Programma da 9 crediti:* Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''' - y = \sin(x) - \cos(x).$$

- 5.2. *Programma da 5 crediti, facoltativo:* Dire se esistono, ed eventualmente calcolare, i seguenti limiti:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{x^2+y^2} - 1}{\arctg(x^2 + y^2)}, \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{x^2-y^2} - 1}{\arctg(x^2 + y^2)}.$$

Prova scritta di Matematica 2
Appello del 21 settembre 2015 – Tempo: 150 minuti
Compito A

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Enunciare il teorema di Weierstraß. Dire se la funzione $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2}, \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x^2 + y^2 \leq 1\}$$

ammette massimo e minimo globali, spiegando se il teorema di Weierstraß si può applicare in questo caso.

2. Determinare gli estremi globali della funzione $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = x^2 + y^2, \quad D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1 \right\}.$$

3. Determinare il volume della regione

$$Q = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq \ln(1 + x + y)\}.$$

4. Siano dati il campo $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definito da $F(x, y, z) = (z, y, zy)$ e la curva γ di parametrizzazione

$$\begin{cases} x = \cos(t) \\ y = \sin(t) \\ z = \sin(t) - \cos(t) \end{cases}, \quad t \in [0, 2\pi].$$

Facendo uso del teorema di Stokes, calcolare la circuitazione di F lungo γ .

- 5.1. *Programma da 9 crediti:* Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{xy}{1 + x^2} \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

- 5.2. *Programma da 5 crediti, facoltativo:* Dire se il grafico della funzione

$$f(x, y) = e^{\cos(x+y) + \tan(y)}$$

ammette piano tangente nel punto $(0, 0, e)$, e in caso affermativo determinare l'equazione di tale piano.

Prova scritta di Matematica 2
Appello del 21 settembre 2015 – Tempo: 150 minuti
Compito B

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Enunciare il teorema di Weierstraß. Dire se la funzione $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2}, \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \geq 1\}$$

ammette massimo e minimo globali, spiegando se il teorema di Weierstraß si può applicare in questo caso.

2. Determinare gli estremi globali della funzione $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}, \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

3. Determinare il volume della regione

$$Q = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 0, 0 \leq z \leq \ln(1 + x - y)\}.$$

4. Siano dati il campo $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definito da $F(x, y, z) = (x, z, zx)$ e la curva γ di parametrizzazione

$$\begin{cases} x = \cos(t) \\ y = \sin(t) \\ z = \cos(t) - \sin(t) \end{cases}, \quad t \in [0, 2\pi].$$

Facendo uso del teorema di Stokes, calcolare la circuitazione di F lungo γ .

- 5.1. *Programma da 9 crediti:* Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{xy}{1+x} \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

- 5.2. *Programma da 5 crediti, facoltativo:* Dire se il grafico della funzione

$$f(x, y) = e^{\sin(x-y) + \tan(x)}$$

ammette piano tangente nel punto $(0, 0, 1)$, e in caso affermativo determinare l'equazione di tale piano.

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 15 gennaio 2016 – Tempo: 150 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Enunciare le definizioni di campo conservativo e campo irrotazionale, quindi dimostrare che un campo conservativo è anche irrotazionale.
2. Scrivere la formula di Maclaurin di ordine 2 per la funzione $f(x, y) = e^{x^2 - y^2}$. Quindi dire se il punto $(0, 0)$ è un punto critico per f e studiarne la natura.
3. Calcolare il seguente integrale:

$$\iint_D \cos(x + y) \, dx \, dy,$$

dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2, y \geq 0, y - x \leq 0, x + y \leq 2\}.$$

4. Calcolare la lunghezza della curva γ di parametrizzazione

$$\begin{cases} x(t) = e^t \cos(t) \\ y(t) = e^t \sin(t) \end{cases}, \quad t \in [0, \pi].$$

5. (*Programma da 5 crediti*) Determinare il piano tangente nel punto $(0, 0, -2)$ alla superficie

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^3 - 2e^y - z = 0\}.$$

6. (*Programma da 9 crediti*) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} u'' - 2u' + u = x \\ u(0) = 1 \\ u'(0) = 2. \end{cases}$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 5 febbraio 2016 – Tempo: 150 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare gli estremi globali della funzione $f(x, y) = \sin(xy)$ nel dominio

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

2. Stabilire se la forma differenziale

$$\omega = \frac{2x}{x^2 - y^2} dx - \frac{2y}{x^2 - y^2} dy$$

è esatta nel suo insieme di definizione, quindi calcolare l'integrale di ω lungo la curva γ di parametrizzazione

$$\begin{cases} x = 2 + \cos(t) \\ y = \sin(t) \end{cases}, \quad t \in [0, \pi].$$

3. Calcolare il volume della regione

$$Q = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq xy\}.$$

4. Enunciare il Teorema di Stokes. Servendosi di esso, calcolare la circuitazione del campo $F(x, y, z) = (\cos(x), \sin(y), z)$ lungo il bordo della superficie

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, z = 1 - x^2 - y^2\}.$$

5. (*Programma da 5 crediti*) Dimostrare una delle formule di Gauß-Green e indicarne un'applicazione.

6. (*Programma da 9 crediti*) Determinare il carattere delle serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n)}{n^{\frac{3}{2}}}, \quad \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{\ln(n)}\right)^n.$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 26 febbraio 2016 – Tempo: 150 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Enunciare e dimostrare il teorema di Fermat per una funzione di due variabili reali. Quindi illustrare, mediante un esempio, che l'implicazione di tale teorema non si inverte.

2. Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_D \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy, \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq y \leq x\}.$$

3. Dimostrare una delle formule di Gauß-Green. Applicandola, calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_D y \cos(x) dx dy, \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 - x^2\}.$$

4. Determinare gli estremi globali della funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \frac{x^2 + y^2 - 1}{x^2 + y^2 + 1},$$

precisando se si tratta di minimi e massimi.

5. (*Programma da 5 crediti*) Calcolare la lunghezza della curva (catenaria) di equazione cartesiana

$$y = \cosh(x), \quad x \in [0, 1].$$

6. (*Programma da 9 crediti*) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} u' + \cos(x)u = \cos(x) \\ u(0) = 2. \end{cases}$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 11 aprile 2016 – Tempo: 150 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Scrivere il polinomio di Maclaurin di grado 2 per la funzione

$$f(x, y) = \sin(x^2 - y^2),$$

quindi determinare (se esiste) il piano tangente al grafico di f in $(0, 0, 0)$.

2. Calcolare il volume della regione limitata di \mathbb{R}^3 compresa fra il piano $x + y - z = 0$ e il paraboloido $z = x^2 + y^2$.
3. Enunciare e dimostrare una delle formule di Gauß-Green. Applicandola, calcolare l'area del dominio

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq \ln(x)\}.$$

4. Mediante il Teorema di Stokes, calcolare la circuitazione del campo $F(x, y, z) = (yz, xz, 1)$ lungo il bordo della superficie

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 1, 0 \leq z \leq 1 + x\}$$

(trasformare l'integrale curvilineo in un integrale superficiale).

5. (*Programma da 5 crediti*) Stabilire se esiste il seguente limite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3y - x^2y^2}{x^4 + y^4}.$$

6. (*Programma da 9 crediti*) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} u'' + u = e^x \cos(x) \\ u(0) = 1 \\ u'(0) = 1. \end{cases}$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 6 giugno 2016 – Tempo: 150 minuti

Compito A (Simulazione)

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare i punti critici della funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \arctan(x^2 + 2xy),$$

studiandone la natura. La funzione f ammette massimo o minimo globali?

2. Calcolare il volume dell'insieme

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z \leq (x^2 + y^2)^{\frac{1}{4}}\}.$$

3. Enunciare il Teorema di Stokes. Applicandolo, calcolare la circuitazione del campo \mathbf{F} lungo γ , dove

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (x + y)\mathbf{i} + (y - z)\mathbf{j} + (z - x)\mathbf{k}$$

e γ è la curva di equazione cartesiana

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ z = x. \end{cases}$$

4. Calcolare l'area della superficie di equazione cartesiana

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = \sqrt{x^2 + y^2}, x^2 + y^2 - 2x \leq 0\}.$$

5. (Programma da 5 crediti) Stabilire se esistono i seguenti limiti:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{x^2} - 1}{x^2 + y^2}, \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{x^2+y^2} - 1}{x^2 + y^2}.$$

6. (Programma da 9 crediti) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} u'' + 4u = \cos(2x) \\ u(0) = 1 \\ u'(0) = 0. \end{cases}$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 6 giugno 2016 – Tempo: 150 minuti

Compito B (Simulazione)

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare gli estremi globali della funzione $f(x, y) = x^2 e^y$ nel dominio

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq \ln(2 - x^2)\}.$$

2. Stabilire se la forma differenziale

$$\omega = \frac{x}{\sqrt{1 + x^2 + 2y^2}} dx + \frac{2y}{\sqrt{1 + x^2 + 2y^2}} dy$$

è esatta nel suo insieme di definizione. Quindi calcolare il suo integrale lungo la curva γ di parametrizzazione

$$\begin{cases} x = t \\ y = \ln(t + 1) \end{cases}, \quad t \in [0, 1].$$

3. Calcolare

$$\iint_A e^{x^2 - y^2} (x + y) dx dy,$$

dove A è il quadrato di vertici $(1, 0)$, $(2, 1)$, $(1, 2)$, $(0, 1)$.

4. Enunciare e dimostrare una delle formule di Gauß-Green. Applicandola, calcolare l'area del dominio

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, x^2 + 2x + y^2 \geq 0\}.$$

5. (Programma da 5 crediti) Enunciare il Teorema della divergenza. Applicandolo, determinare il flusso del campo \mathbf{F} definito da

$$\mathbf{F}(x, y, z) = x e^{y+z} \mathbf{i} + z e^{y+z} \mathbf{j} - z e^{y+z} \mathbf{k}$$

attraverso la sfera Σ di equazione cartesiana

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9.$$

6. (Programma da 9 crediti) Studiare la convergenza semplice e assoluta delle serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{\ln(n+1)}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+1} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right).$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2
Appello dell'8 giugno 2016 – Tempo: 150 minuti
Compito A

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Posto

$$f(x, y) = \sqrt{e^{x^2-y^2} - 1},$$

stabilire se la funzione f è differenziabile nel suo insieme di definizione. Determinare, se esiste, il piano tangente al grafico di f nel punto $(2, 1)$. Lungo quali direzioni f è derivabile in $(0, 0)$?

2. Calcolare il volume dell'insieme

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, 0 \leq z \leq 1 - x - y^2\}.$$

3. Calcolare la lunghezza della curva γ di parametrizzazione

$$\begin{cases} x = t^2 \cos(t) \\ y = t^2 \sin(t) \end{cases}, \quad t \in [0, 2\pi].$$

4. Enunciare il Teorema di Stokes. Applicandolo, calcolare la circuitazione del campo $\mathbf{F}(x, y, z) = xz\mathbf{i} + yz\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ lungo la curva γ di equazione cartesiana

$$\begin{cases} z = \sqrt{x^2 + y^2} \\ x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0. \end{cases}$$

5. (*Programma da 5 crediti*) Sia ω una forma differenziale esatta: dimostrare che ω è chiusa. Mostrare con un esempio che l'implicazione inversa è falsa.

6. (*Programma da 9 crediti*) Studiare il carattere delle serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n!}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{n+1}}{n!}.$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello dell'8 giugno 2016 – Tempo: 150 minuti

Compito B

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Posto

$$f(x, y) = \sqrt{e^{y^2-x^2} - 1},$$

stabilire se la funzione f è differenziabile nel suo insieme di definizione. Determinare, se esiste, il piano tangente al grafico di f nel punto $(1, 2)$. Lungo quali direzioni f è derivabile in $(0, 0)$?

2. Calcolare il volume dell'insieme

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y \geq 0, 0 \leq z \leq 1 - y - x^2\}.$$

3. Calcolare la lunghezza della curva γ di parametrizzazione

$$\begin{cases} x = t^2 \sin(t) \\ y = t^2 \cos(t) \end{cases}, \quad t \in [0, 2\pi].$$

4. Enunciare il Teorema di Stokes. Applicandolo, calcolare la circuitazione del campo $\mathbf{F}(x, y, z) = -xz\mathbf{i} - yz\mathbf{j} - z\mathbf{k}$ lungo la curva γ di equazione cartesiana

$$\begin{cases} z = \sqrt{x^2 + y^2} \\ x^2 + y^2 - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

5. (*Programma da 5 crediti*) Sia \mathbf{F} un campo vettoriale conservativo: dimostrare che \mathbf{F} è irrotazionale. Mostrare con un esempio che l'implicazione inversa è falsa.

6. (*Programma da 9 crediti*) Studiare il carattere delle serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{n!}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{n!}.$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2
Appello del 22 giugno 2016 – Tempo: 150 minuti
Compito A

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare gli estremi globali della funzione $f(x, y) = xy e^{x^2+y^2}$ nel dominio

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

2. Calcolare l'integrale

$$\iint_A e^{x^2-y^2}(x+y) dx dy,$$

dove

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 1\}.$$

3. Enunciare e dimostrare uno dei Teoremi di Gauß-Green. Applicandolo, calcolare la circuitazione del campo $\mathbf{F}(x, y) = -y^2\mathbf{i} + x^2\mathbf{j}$ lungo il bordo (orientato positivamente) del dominio

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq \sqrt{x}\}.$$

4. Calcolare l'area della superficie Σ di equazione cartesiana

$$\begin{cases} z = \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4} \\ x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1. \end{cases}$$

5. (*Programma da 5 crediti*) Enunciare il Teorema della divergenza. Applicandolo, calcolare il flusso del campo $\mathbf{F}(x, y, z) = 2xz\mathbf{i} + y\mathbf{j} - z^2\mathbf{k}$ attraverso la sfera di equazione cartesiana $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

6. (*Programma da 9 crediti*) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} u'' + 2u' + u = x^2 + 1 \\ u(0) = 0 \\ u'(0) = 1. \end{cases}$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2
Appello del 22 giugno 2016 – Tempo: 150 minuti
Compito B

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare gli estremi globali della funzione $f(x, y) = (x + y)e^{x^2+y^2}$ nel dominio

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

2. Calcolare l'integrale

$$\iint_A e^{x^2-y^2}(x-y) dx dy,$$

dove

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 1\}.$$

3. Enunciare e dimostrare uno dei Teoremi di Gauß-Green. Applicandolo, calcolare la circuitazione del campo $\mathbf{F}(x, y) = y^2\mathbf{i} - x^2\mathbf{j}$ lungo il bordo (orientato positivamente) del dominio

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq \sqrt{x}\}.$$

4. Calcolare l'area della superficie Σ di equazione cartesiana

$$\begin{cases} z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} \\ \frac{x^2}{4} + y^2 \leq 1. \end{cases}$$

5. (*Programma da 5 crediti*) Enunciare il Teorema della divergenza. Applicandolo, calcolare il flusso del campo $\mathbf{F}(x, y, z) = 2xy\mathbf{i} - y^2\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ attraverso la sfera di equazione cartesiana $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.
6. (*Programma da 9 crediti*) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} u'' - 2u' + u = x^2 \\ u(0) = 0 \\ u'(0) = 1. \end{cases}$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 18 luglio 2016 – Tempo: 150 minuti

Compito A

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare tutti i punti critici della funzione $f(x, y) = x^2 + 3y^2 - 2xy^3$ in \mathbb{R}^2 , precisandone la natura. La funzione f ammette massimo o minimo globale?

2. Calcolare il volume dell'insieme

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq xy\}.$$

3. Enunciare la definizione di curva rettificabile. Quindi stabilire se la curva γ di parametrizzazione

$$\begin{cases} x = t^2 \cos(t) \\ y = t^2 \sin(t) \\ z = 2t \end{cases}, \quad t \in [0, \pi]$$

è rettificabile, e in caso affermativo calcolarne la lunghezza.

4. Enunciare il Teorema di Stokes. Applicandolo, calcolare il flusso di $\text{rot } \mathbf{F}$ attraverso Σ , dove $\mathbf{F}(x, y, z) = (1 - z)\mathbf{i} + x\mathbf{j} + 2y\mathbf{k}$ e Σ è la superficie di equazione cartesiana

$$\begin{cases} z = x^2 + y^2 - 1 \\ z \leq 0. \end{cases}$$

5. (Programma da 5 crediti) Dimostrare che un campo conservativo ha circuitazione nulla lungo una curva chiusa. Quindi stabilire se il campo $\mathbf{F} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definito da

$$\mathbf{F}(x, y) = \frac{x^3}{1 + x^4 + y^4}\mathbf{i} + \frac{y^3}{1 + x^4 + y^4}\mathbf{j}$$

è conservativo, e calcolarne l'integrale lungo la curva γ di parametrizzazione

$$\begin{cases} x = t \\ y = \cos(t) \end{cases}, \quad t \in [0, \pi].$$

6. (Programma da 9 crediti) Studiare la convergenza delle serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \tan\left(\frac{1}{n^2}\right), \quad \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{1}{n}\right).$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 18 luglio 2016 – Tempo: 150 minuti

Compito B

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare tutti i punti critici della funzione $f(x, y) = 3x^2 + y^2 - 2yx^3$ in \mathbb{R}^2 , precisandone la natura. La funzione f ammette massimo o minimo globale?

2. Calcolare il volume dell'insieme

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \leq 0, y \leq 0, x^2 + y^2 \leq 2, 0 \leq z \leq xy\}.$$

3. Enunciare la definizione di curva rettificabile. Quindi stabilire se la curva γ di parametrizzazione

$$\begin{cases} x = t^2 \sin(t) \\ y = t^2 \cos(t) \\ z = 2t \end{cases}, \quad t \in [0, \pi]$$

è rettificabile, e in caso affermativo calcolarne la lunghezza.

4. Enunciare il Teorema di Stokes. Applicandolo, calcolare il flusso di $\text{rot } \mathbf{F}$ attraverso Σ , dove $\mathbf{F}(x, y, z) = (1 - z)\mathbf{i} + x\mathbf{j} + 2y\mathbf{k}$ e Σ è la superficie di equazione cartesiana

$$\begin{cases} z = 1 - x^2 - y^2 \\ z \geq 0. \end{cases}$$

5. (Programma da 5 crediti) Dimostrare che un campo conservativo ha circuitazione nulla lungo una curva chiusa. Quindi stabilire se il campo $\mathbf{F} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definito da

$$\mathbf{F}(x, y) = \frac{x^3}{1 + x^4 + y^4}\mathbf{i} + \frac{y^3}{1 + x^4 + y^4}\mathbf{j}$$

è conservativo, e calcolarne l'integrale lungo la curva γ di parametrizzazione

$$\begin{cases} x = t \\ y = \sin(t) \end{cases}, \quad t \in [0, \pi].$$

6. (Programma da 9 crediti) Studiare la convergenza delle serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{1}{n^2}\right), \quad \sum_{n=1}^{\infty} \tan\left(\frac{1}{n}\right).$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 8 settembre 2016 – Tempo: 150 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare gli estremi globali della funzione

$$f(x, y) = \frac{xy}{1 + x^2 + y^2}$$

nel dominio

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}.$$

2. Calcolare l'integrale della funzione $f(x, y, z) = y^2$ esteso all'insieme

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z \in [0, 1], x^2 + (y - z)^2 \leq z^2\}.$$

3. Calcolare l'integrale del campo

$$F(x, y) = (-\sin(x) \sin(y), \cos(x) \cos(y))$$

lungo la curva γ di parametrizzazione

$$\begin{cases} x = t \\ y = t^2 \end{cases}, \quad t \in [0, 1].$$

4. Dimostrare uno dei Teoremi di Gauß-Green. Applicandolo, calcolare l'area dell'insieme compatto A delimitato dalle rette $y = x - 1$, $x = e$ e dalla curva $y = \ln(x)$.

5. (Programma da 5 crediti) Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \\ \frac{\sin(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0). \end{cases}$$

Stabilire se f è differenziabile in $(0, 0)$.

6. (Programma da 9 crediti) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} u'' + u' = x^2 + x \\ u(0) = 1 \\ u'(0) = 0. \end{cases}$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 25 ottobre 2016 – Tempo: 150 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare gli estremi globali della funzione

$$f(x, y) = e^{x^2+y^2}$$

nel dominio

$$A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1 \right\}.$$

2. Calcolare il volume della regione limitata Q di \mathbb{R}^3 compresa fra il piano $z = 1$ e l'ellissoide

$$x^2 + y^2 + \frac{z^2}{4} = 1.$$

3. Calcolare l'integrale del campo

$$F(x, y) = (\sin(x), \cos(y))$$

lungo la curva γ di parametrizzazione

$$\begin{cases} x = t \\ y = e^t \end{cases}, \quad t \in [0, 1].$$

4. Enunciare il Teorema di Stokes. Applicandolo, calcolare la circuitazione del campo $F(x, y, z) = (z, xy, xz)$ lungo la curva γ di equazione cartesiana

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x = 0 \\ z = 1. \end{cases}$$

5. (*Programma da 5 crediti*) Stabilire se esiste il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\ln(1 + x^2 + y^4)}{x^4 + y^2}.$$

6. (*Programma da 9 crediti*) Determinare il carattere delle serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{n^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{n!}.$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 9 gennaio 2017 – Tempo: 150 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare gli estremi globali della funzione $f(x, y) = x^2 - y^2$ nel dominio

$$A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4 \right\}.$$

2. Calcolare l'integrale

$$\iint_A e^{x-y}(2x+1) dx dy,$$

dove

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq 1 - x^2\}.$$

3. Calcolare l'integrale curvilineo (del primo tipo)

$$\int_{\gamma} xy ds,$$

lungo la curva γ in \mathbb{R}^3 di equazione parametrica

$$\begin{cases} x = \cos(t) \\ y = \sin(t) \\ z = \cos(t) \end{cases}, \quad t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right].$$

4. Enunciare il Teorema di Gauß-Green. Applicandolo, calcolare l'area del dominio

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1 \right\}.$$

5. (*Programma da 5 crediti*) Enunciare il Teorema della divergenza (di Gauß). Come applicazione, dimostrare che se $\Phi \in C^2(\mathbb{R}^3)$ è una funzione armonica e $B \subset \mathbb{R}^3$ un dominio normale la cui frontiera è una superficie regolare, allora

$$\iint_{\partial^+ B} \nabla \Phi \cdot d\nu = 0.$$

6. (*Programma da 9 crediti*) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} u'' + u = x^2 \\ u(0) = 0 \\ u'(0) = 0. \end{cases}$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 23 gennaio 2017 – Tempo: 150 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare punti critici della funzione $f(x, y) = e^{x+y}(x^2 + y^2)$ in \mathbb{R}^2 e studiarne la natura.

2. Calcolare il volume dell'insieme

$$Q = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

3. Calcolare l'integrale curvilineo (del primo tipo)

$$\int_{\gamma} x^2 ds,$$

lungo la curva γ in \mathbb{R}^3 di equazione parametrica

$$\begin{cases} x = t \\ y = \ln(t) \end{cases}, \quad t \in [1, 2].$$

4. Enunciare il Teorema di Stokes. Applicandolo, calcolare la circuitazione del campo $\mathbf{F}(x, y, z) = (1 + z, 3 - y^2, zx)$ lungo la curva di equazione cartesiana

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ z = x. \end{cases}$$

5. (*Programma da 5 crediti*) Illustrare le nozioni di forma differenziale *chiusa* ed *esatta* e le relazioni che le legano.

6. (*Programma da 9 crediti*) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} u' + \cos(x)u = \cos(x) \\ u(0) = 0. \end{cases}$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 13 febbraio 2017 – Tempo: 150 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Calcolare gli estremi globali della funzione $f(x, y) = x^2 e^{x-y}$ nel dominio $A = [0, 1] \times [0, 1]$.

2. Calcolare il volume dell'insieme

$$Q = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq \sqrt{1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9}} \right\}.$$

3. Calcolare

$$\iint_{\Sigma} z \, dS,$$

dove Σ è la superficie di equazione cartesiana $z = xy$ che si proietta sul dominio

$$A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x \right\}.$$

4. Applicando i Teoremi di Gauss-Green, calcolare l'area del dominio

$$A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 1 \leq y \leq 1 - x^2 \right\}.$$

5. (Programma da 5 crediti) Calcolare la circuitazione del campo

$$F(x, y) = \left(\frac{y}{1 + x^2 y^2}, \frac{x}{1 + x^2 y^2} \right)$$

lungo la circonferenza γ di equazione cartesiana $x^2 + y^2 = 1$.

6. (Programma da 9 crediti) Determinare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$u'' + 5u' + 6u = e^{-2x}.$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 8 aprile 2017 – Tempo: 150 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare gli estremi globali della funzione

$$f(x, y) = \frac{x}{1 + x^2 + y^2}$$

nel suo insieme di definizione.

2. Calcolare l'integrale

$$\iint_A x e^{1-y} dx dy,$$

dove

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 1 \leq y \leq 1 - x^2\}.$$

3. Calcolare l'integrale curvilineo (del primo tipo)

$$\int_{\gamma} y ds,$$

lungo la curva γ di equazione cartesiana $x = y^2 + 1$, $y \in [0, 1]$.

4. Applicando il Teorema di Stokes, calcolare la circuitazione del campo

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (1 + z, xy, x)$$

lungo la curva γ di equazione cartesiana

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 1 \\ x + z = 0. \end{cases}$$

5. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} u' = \frac{u^2}{x} \\ u(1) = 1. \end{cases}$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2
Appello del 5 giugno 2017 – Tempo: 150 minuti (Simulazione)

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare gli estremi globali della funzione $f(x, y) = x^2 + xy + y^2$ nell'insieme

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

2. Calcolare il volume dell'insieme

$$Q = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq \ln(1 - x^2 - y^2)\}.$$

3. Calcolare l'integrale curvilineo (del primo tipo)

$$\int_{\gamma} xy \, ds,$$

lungo la curva γ di equazione cartesiana $x^2 - y^2 = 1$, $x \in [1, 2]$.

4. Applicando il Teorema di Gauß-Green, calcolare l'area del dominio D delimitato dalle rette $y = x - 1$, $x = e$ e dalla curva $y = \ln(x)$.
5. Sia $\Phi \in C^2(\mathbb{R}^3)$ una funzione armonica. Determinare il flusso del campo $\nabla\Phi$ attraverso la sfera Σ di equazione cartesiana

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1.$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2
Appello del 10 giugno 2017 – Tempo: 150 minuti
Compito A

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Calcolare gli estremi globali della funzione $f(x, y) = e^x y - x$ nel dominio $A = [0, 1] \times [0, 1]$.

2. Calcolare il volume dell'insieme

$$Q = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 - 2x \leq 0, 0 \leq z \leq x^2 + y^2\}.$$

3. Sia $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ un campo conservativo: dimostrare che per ogni curva chiusa γ regolare a tratti si ha

$$\int_{\gamma} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = 0.$$

4. Applicando il Teorema di Stokes, calcolare la circuitazione di $\mathbf{F}(x, y, z) = xy\mathbf{i} + yz\mathbf{j} + \mathbf{k}$ lungo la curva γ di equazione cartesiana

$$\begin{cases} z = xy \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$$

5. (*Programma da 5 crediti*) La funzione $f(x, y) = \ln(1 + x^2 + y^2)$ è convessa solo in una regione limitata del piano: quale?

6. (*Programma da 9 crediti*) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} u'' + 2u' + u = e^{-x} \\ u(0) = 0 \\ u'(0) = 1. \end{cases}$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 10 giugno 2017 – Tempo: 150 minuti

Compito B

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Calcolare gli estremi globali della funzione $f(x, y) = e^y x - y$ nel dominio $A = [0, 1] \times [0, 1]$.

2. Calcolare il volume dell'insieme

$$Q = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 - 2y \leq 0, 0 \leq z \leq x^2 + y^2\}.$$

3. Sia $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ un campo conservativo: dimostrare che per ogni coppia γ_1, γ_2 di curve regolari a tratti con estremi coincidenti si ha

$$\int_{\gamma_1} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}_1 = \int_{\gamma_2} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}_2.$$

4. Applicando il Teorema di Stokes, calcolare la circuitazione di $\mathbf{F}(x, y, z) = xz\mathbf{i} + xy\mathbf{j} + \mathbf{k}$ lungo la curva γ di equazione cartesiana

$$\begin{cases} z = xy \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$$

5. (*Programma da 5 crediti*) Dimostrare che la funzione $f(x, y) = \ln(1 - x^2 - y^2)$ è concava nel suo insieme di definizione.

6. (*Programma da 9 crediti*) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} u'' - 2u' + u = 2e^x \\ u(0) = 1 \\ u'(0) = 0. \end{cases}$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2
Appello del 30 giugno 2017 – Tempo: 150 minuti
Compito A

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Calcolare gli estremi globali della funzione

$$f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$$

nel suo insieme di definizione.

2. Calcolare l'integrale della funzione $f(x, y, z) = z + 1$ nell'insieme

$$A = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + \frac{z^2}{4} \leq 1 \right\}.$$

3. Calcolare l'integrale (curvilineo del primo tipo) della funzione $f(x, y) = y/x$ lungo la curva γ di parametrizzazione

$$\begin{cases} x = t \\ y = t^2 \end{cases}, \quad t \in [1, 2].$$

4. Applicando uno dei Teoremi di Gauß-Green, calcolare l'area del dominio

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 - 2y \leq 0, y \leq \frac{1}{2} \right\}.$$

5. (*Programma da 5 crediti*) Enunciare il Teorema di Stokes e indicarne un'applicazione.
6. (*Programma da 9 crediti*) Determinare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$u'' + 4u' + 4u = e^{-2x}.$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2
Appello del 30 giugno 2017 – Tempo: 150 minuti
Compito B

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Calcolare gli estremi globali della funzione

$$f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

nel suo insieme di definizione.

2. Calcolare l'integrale della funzione $f(x, y, z) = x + 1$ nell'insieme

$$A = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{4} + y^2 + z^2 \leq 1 \right\}.$$

3. Calcolare l'integrale (curvilineo del primo tipo) della funzione $f(x, y) = \sqrt{y}$ lungo la curva γ di parametrizzazione

$$\begin{cases} x = t \\ y = t^2 \end{cases}, \quad t \in [1, 2].$$

4. Applicando uno dei Teoremi di Gauß-Green, calcolare l'area del dominio

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 + 2y \leq 0, y \geq -\frac{1}{2} \right\}.$$

5. (*Programma da 5 crediti*) Enunciare il Teorema della divergenza e indicarne un'applicazione.

6. (*Programma da 9 crediti*) Determinare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$u'' - 4u' + 4u = e^{2x}.$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 17 luglio 2017 – Tempo: 150 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare e classificare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = x^2 - xy + x^2y.$$

2. Calcolare il volume dell'insieme limitato $A \subset \mathbb{R}^3$ delimitato dal paraboloide di equazione $z = 1 - x^2 - y^2$ e dal piano di equazione $x + y + z = 0$.
3. Calcolare l'area della superficie Σ di equazione cartesiana

$$\begin{cases} z = x^2 + y^2 \\ x^2 + y^2 \leq 1 \\ y \geq 0 \end{cases} .$$

4. Applicando il Teorema di Stokes, calcolare la circuitazione del campo $\mathbf{F}(x, y, z) = (xy, z + x, xz)$ lungo la curva γ di equazione cartesiana

$$\begin{cases} z = x^2 - y^2 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases} .$$

5. (*Programma da 5 crediti*) Determinare il piano tangente al grafico della funzione

$$f(x, y) = e^{x^2-y}$$

nel punto $(0, 0, 1)$.

6. (*Programma da 9 crediti*) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} u' = x \cos(u)^2 \\ u(0) = 0 \end{cases} .$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 15 settembre 2017 – Tempo: 150 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare gli estremi globali della funzione $f(x, y) = x^2 - xy$ nel dominio

$$A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x}{2} \leq y \leq 2x - x^2 \right\}.$$

2. Calcolare il volume dell'insieme limitato $A \subset \mathbb{R}^3$ delimitato dal piano di equazione $z = 0$ e dalla superficie di equazione

$$z = \ln(2 - \sqrt{x^2 + y^2}).$$

3. Calcolare l'integrale curvilineo (del primo tipo)

$$\int_{\gamma} \sin(2x) ds,$$

dove γ è la curva di equazione parametrica

$$\begin{cases} x = t \\ y = \sin(t) \end{cases}, \quad t \in [0, \pi].$$

4. Applicando il Teorema di Stokes, calcolare la circuitazione del campo $\mathbf{F}(x, y, z) = (xy, xz, yz)$ lungo la curva γ di equazione cartesiana

$$\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1 \\ z = x \end{cases}.$$

5. (Programma da 5 crediti) Calcolare, se esiste, la derivata direzionale della funzione

$$f(x, y) = \frac{e^{x+y}}{1 + x^2 + y^2}$$

nel punto $(0, 0)$ lungo la direzione $\mathbf{v} = (\sqrt{3}/2, 1/2)$.

6. (Programma da 9 crediti) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} u'' + 4u' + 4u = x^2 \\ u(0) = 0 \\ u'(0) = 1 \end{cases}.$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 7 novembre 2017 – Tempo: 150 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare gli estremi globali della funzione $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy$ nel dominio

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

2. Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_A (xy + y^2) dx dy,$$

dove A è il dominio delimitato dall'ellisse di equazione cartesiana

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1.$$

3. Enunciare le formule di Gauß-Green. Applicandole, calcolare l'area del dominio

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^4 - 1 \leq y \leq 1 - x^2\}.$$

4. Stabilire se la forma differenziale

$$\omega = \frac{2x}{x^2 + y^2 + 1} dx + \frac{2y}{x^2 + y^2 + 1} dy$$

è esatta nel suo insieme di definizione.

5. (*Programma da 5 crediti*) Calcolare l'area della superficie di equazione cartesiana $z = xy$ che si proietta sul dominio

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

6. (*Programma da 9 crediti*) Determinare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$u'' + 5u' + 6u = e^x.$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 19/1/2018 – Tempo: 150 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare e classificare i punti critici della seguente funzione nel suo insieme di definizione:

$$f(x, y) = \ln(x^2 - y^2 + 1).$$

2. Calcolare il volume dell'insieme limitato $Q \subset \mathbb{R}^3$ delimitato dall'alto dalla sfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ e dal basso dal paraboloide $z = x^2 + y^2$.
3. Stabilire se il seguente campo vettoriale è conservativo nel suo insieme di definizione:

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \left(\frac{x}{x^2 + y^2}, \frac{y}{x^2 + y^2}, 0 \right).$$

4. Enunciare il Teorema di Stokes. Applicandolo, calcolare la circuitazione del campo $\mathbf{F}(x, y, z) = (xy, y^2, x + z)$ lungo la curva γ di equazione parametrica

$$\begin{cases} x = \cos(t) \\ y = \sin(t) \\ z = \cos(t) - \sin(t) \end{cases}, \quad t \in [0, 2\pi].$$

5. Stabilire se la seguente funzione è invertibile in \mathbb{R}^2 :

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(\frac{x + y}{2}, \frac{x - y}{2} \right).$$

6. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} u'' - 2u' + u = xe^x \\ u(0) = 1 \\ u'(0) = 0. \end{cases}$$

Gli studenti che sostengono l'esame con programma da 5 CFU svolgano i quesiti 1, 2, 3, 4, 5; quelli che sostengono l'esame con programma da 9 CFU, i quesiti 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 2/2/2018 – Tempo: 150 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare gli estremi globali della funzione f nel dominio A :

$$f(x, y) = \arctan(x^2) - \arctan(y^2), \quad A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

2. Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_A \frac{|x| + y}{2} dx dy, \quad A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq 1 - x^2\}.$$

3. Calcolare l'integrale curvilineo (del secondo tipo) del campo $\mathbf{F}(x, y) = (e^x, y)$ lungo la curva γ di parametrizzazione

$$\begin{cases} x = t \\ y = e^{-t^2} \end{cases}, \quad t \in [-1, 1].$$

4. Applicando una delle formule di Gauß-Green, calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_A y^2 dx dy, \quad A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1\}.$$

5. Stabilire se la seguente forma differenziale è esatta, e in caso affermativo determinarne un potenziale:

$$\omega = \sin(x) \cos(y) dx + \cos(x) \sin(y) dy.$$

6. Studiare la convergenza della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{n^2-n}}{n!}.$$

Gli studenti che sostengono l'esame con programma da 5 CFU svolgano i quesiti 1, 2, 3, 4, 5; quelli che sostengono l'esame con programma da 9 CFU, i quesiti 1, 2, 3, 4, 6.

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 16/2/2018 – Tempo: 150 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare gli estremi globali della seguente funzione:

$$f(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2 + 1}.$$

2. Calcolare il volume dell'insieme $Q \subset \mathbb{R}^3$ delimitato dal cono $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ e dal piano $z = 2$.

3. Calcolare il seguente integrale curvilineo del primo tipo:

$$\int_{\gamma} x^2 ds, \quad \gamma : \begin{cases} x = t^2/2 \\ y = \ln(t) \end{cases}, \quad t \in [1, 2].$$

4. Enunciare il Teorema di Stokes. Applicandolo, calcolare la circuitazione del campo $\mathbf{F}(x, y, z) = (x^2, z^2, y^2)$ lungo la curva γ di equazione cartesiana

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x + z = 1. \end{cases}$$

5. Enunciare il Teorema di Gauß (o della divergenza) e indicarne un'applicazione.

6. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} u' = \frac{e^{2x}}{u} \\ u(0) = 0. \end{cases}$$

Gli studenti che sostengono l'esame con programma da 5 CFU svolgano i quesiti 1, 2, 3, 4, 5; quelli che sostengono l'esame con programma da 9 CFU, i quesiti 1, 2, 3, 4, 6.

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 17 aprile 2018 – Tempo: 150 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare gli estremi globali della funzione $f(x, y) = x + y$ nel dominio

$$A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \cos(x) \right\}.$$

2. Calcolare l'integrale triplo

$$\iiint_A z \, dx \, dy \, dz, \quad A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq 0\}.$$

3. Calcolare l'area della superficie Σ di equazione cartesiana

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ z = xy. \end{cases}$$

4. Applicando i Teoremi di Gauß-Green (trasformazione di integrali curvilinei in integrali doppi) calcolare

$$\int_{\partial^+ A} (3x + 1) \, dx - y^2 \, dy, \quad A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 1 \right\}.$$

5. Dimostrare che una forma differenziale esatta è chiusa. Precisare sotto quali ipotesi vale anche l'implicazione inversa.

6. Trovare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$u'' + 4u' + 2u = \cos(x).$$

Gli studenti che sostengono l'esame con programma da 5 CFU svolgano i quesiti 1, 2, 3, 4, 5; quelli che sostengono l'esame con programma da 9 CFU, i quesiti 1, 2, 3, 4, 6.

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello dell'8 giugno 2018 – Tempo: 150 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare e classificare i punti critici della funzione $f(x, y) = x^2 + y^2 - x^3$ in \mathbb{R}^2 .
2. Calcolare il volume del dominio

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq 1 - \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

3. Calcolare l'integrale curvilineo (di prima specie)

$$\int_{\gamma} z \, ds,$$

dove γ è l'elica di equazione parametrica

$$\begin{cases} x = t \cos(t) \\ y = t \sin(t) \\ z = t \end{cases}, \quad t \in [0, 1].$$

4. Enunciare il teorema di Stokes. Applicandolo, calcolare la circuitazione del campo $\mathbf{F}(x, y, z) = (x^2, xy, z^2)$ lungo la curva γ di equazione cartesiana

$$\begin{cases} z = x^2 + y^2 \\ z = 1. \end{cases}$$

(Suggerimento: la curva γ è il bordo di diverse superfici, trovare la più semplice.)

5. Enunciare e (facoltativamente) dimostrare il teorema di Schwarz.
6. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} u' + \frac{u}{x+1} = 1 \\ u(0) = 1. \end{cases}$$

Gli studenti che sostengono l'esame con programma da 5 CFU svolgano i quesiti 1, 2, 3, 4, 5; quelli che sostengono l'esame con programma da 9 CFU, i quesiti 1, 2, 3, 4, 6.

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 26 giugno 2018 – Tempo: 150 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare gli estremi globali della funzione $f(x, y) = \cos(x + y)$ nel dominio $A = [0, \pi] \times [0, 2\pi]$.

2. Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_A (x^2 + 1) dx dy, \quad A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 - x^2\}.$$

3. Calcolare l'area della superficie Σ di equazione cartesiana

$$\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1 \\ z = 2x + 1. \end{cases}$$

4. Applicando i Teoremi di Gauß-Green, calcolare l'integrale doppio

$$\iint_A x^2 dx dy, \quad A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |y| \leq 4 - x^2\}.$$

5. Enunciare e dimostrare il Teorema della divergenza.

6. Determinare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$u' + \cos(x)u = \sin(x) \cos(x).$$

Gli studenti che sostengono l'esame con programma da 5 CFU svolgano i quesiti 1, 2, 3, 4, 5; quelli che sostengono l'esame con programma da 9 CFU, i quesiti 1, 2, 3, 4, 6.

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 19/7/2018 – Tempo: 150 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare e classificare i punti critici della seguente funzione, nel suo insieme di definizione:

$$f(x, y) = \ln(x^2 - y^2 + 1).$$

2. Calcolare il volume della regione limitata $Q \subset \mathbb{R}^3$ compresa fra il paraboloide di equazione $z = x^2 + y^2$ e il piano di equazione $z = 2x + 1$.
3. Calcolare il seguente integrale curvilineo (del primo tipo):

$$\int_{\gamma} e^{2y} ds, \quad \gamma: \begin{cases} x = t \\ y = \ln(t) \end{cases}, \quad t \in [1, 2].$$

4. Enunciare il Teorema di Stokes. Applicandolo, calcolare la circuitazione del campo $\mathbf{F}(x, y, z) = (y^2, x^2, xz)$ lungo la curva γ (orientata positivamente) di equazione cartesiana

$$\begin{cases} z = x^2 + y^2 \\ z = 2x + 2y. \end{cases}.$$

5. Determinare l'equazione del piano tangente al grafico della funzione $f(x, y) = \ln(e^x + y)$ nel punto $(0, 0, 1)$.
6. Studiare la convergenza (semplice e assoluta) della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{e^n}.$$

Gli studenti che sostengono l'esame con programma da 5 CFU svolgano i quesiti 1, 2, 3, 4, 5; quelli che sostengono l'esame con programma da 9 CFU, i quesiti 1, 2, 3, 4, 6.

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 13/9/2018 – Tempo: 150 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare gli estremi globali della funzione $f(x, y) = x^2 - y^2 + 2xy$ nel dominio

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}.$$

2. Calcolare il volume dell'insieme

$$Q = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + 1 \leq z \leq 1 - x^2 - y^2\}.$$

3. Calcolare l'area della superficie Σ di equazione parametrica

$$\begin{cases} x = u + v \\ y = u - v \\ z = 2u \end{cases}, \quad (u, v) \in [0, 1] \times [0, 1].$$

4. Enunciare le formule di Gauß-Green. Applicandone una, calcolare l'area dell'insieme

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 2 \leq y \leq 2 - x^2\}.$$

5. Enunciare e dimostrare il Teorema della divergenza.

6. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} u' = (x + 1) \cos(u)^2 \\ u(0) = 0. \end{cases}$$

Gli studenti che sostengono l'esame con programma da 5 CFU svolgano i quesiti 1, 2, 3, 4, 5; quelli che sostengono l'esame con programma da 9 CFU, i quesiti 1, 2, 3, 4, 6.

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 19/10/2018 – Tempo: 150 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare e classificare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2 + 1}.$$

2. Calcolare il volume della regione limitata $D \subset \mathbb{R}^3$ compresa fra i paraboloidi di equazioni $z = x^2 + y^2$, $z = 5 - 4x^2 - 4y^2$.

3. Calcolare il seguente integrale curvilineo del primo tipo:

$$\int_{\gamma} y \, ds,$$

dove γ è l'arco della curva $y = x^3$ con $-1 \leq x \leq 1$.

4. Applicando il Teorema della divergenza, calcolare il flusso del campo $\mathbf{F}(x, y, z) = (2x, x^2, y + z)$ attraverso la sfera Σ di centro $(0, 0, 0)$ e raggio 1.
5. Enunciare il Teorema di Stokes e indicarne un'applicazione.
6. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} u'' + 2u' + 2u = 0 \\ u(0) = 2 \\ u'(0) = 1. \end{cases}$$

Gli studenti che sostengono l'esame con programma da 5 CFU svolgano i quesiti 1, 2, 3, 4, 5; quelli che sostengono l'esame con programma da 9 CFU, i quesiti 1, 2, 3, 4, 6.

Prova parziale di Analisi Matematica 2

Appello del 13/11/2018 – Tempo: 90 minuti

Compito A (Simulazione)

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare l'insieme di convergenza della seguente serie di potenze:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{n^2} x^n.$$

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y - y^3}{x(x^2 + y^2)}.$$

3. Determinare e classificare i punti critici della seguente funzione nel suo insieme di definizione:

$$f(x, y) = \ln(x) - x^2 + y^2.$$

Prova parziale di Analisi Matematica 2

Appello del 13/11/2018 – Tempo: 90 minuti

Compito B (Simulazione)

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare il carattere della seguente serie numerica:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^n \ln(n+1)}{n!}.$$

2. Determinare, se esiste, il piano tangente al grafico della funzione

$$f(x, y) = \arctan(x^2 - y^2)$$

nel punto $(1, 0)$.

3. Determinare gli estremi globali della funzione

$$f(x, y) = x^4 - x^2 y^2 + y^4$$

nell'insieme

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

Prova parziale di Analisi Matematica 2

Appello del 16/11/2018 – Tempo: 90 minuti

Compito A

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Studiare la convergenza assoluta e semplice della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \sin\left(\frac{n}{n^2 + 1}\right).$$

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\ln(1 + x^2 - y^2)}{x^2 + y^2}.$$

3. Determinare e classificare i punti critici della seguente funzione nel suo insieme di definizione:

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - x^2y^2,$$

quindi determinare i suoi estremi globali.

Prova parziale di Analisi Matematica 2

Appello del 16/11/2018 – Tempo: 90 minuti

Compito B

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Studiare la convergenza assoluta e semplice della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \ln \left(\frac{n+2}{n+1} \right).$$

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(y^2 - x^2)}{x^2 + y^2}.$$

3. Determinare e classificare i punti critici della seguente funzione nel suo insieme di definizione:

$$f(x, y) = x^2 y^2 - x^2 - y^2,$$

quindi determinare i suoi estremi globali.

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 11/1/2019 – Tempo: 180 minuti

Compito A (simulazione)

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare l'insieme di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n \ln(n+1)}{e^n} x^n.$$

2. Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\arctan(y/x) - e^{x^2+y^2}}{\ln(2+y-x)}.$$

3. Determinare gli estremi globali della funzione $f(x, y) = e^{x-y}$ nell'insieme

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}.$$

4. Calcolare il volume dell'insieme

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

5. Calcolare il seguente integrale curvilineo del primo tipo:

$$\int_{\gamma} \sqrt{1+4x^2} ds, \quad \gamma : \begin{cases} x = e^t \\ y = e^{2t} \end{cases}, \quad t \in [0, 1].$$

6. Applicando i Teoremi di Gauß-Green, calcolare

$$\iint_A x^2 dx dy, \quad A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq 1 - x^2\}.$$

Gli studenti che sostengono l'esame con programma da 8 CFU svolgano tutti i quesiti; quelli con programma da 5 CFU, i quesiti 2 - 6.

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 11/1/2019 – Tempo: 180 minuti

Compito B (simulazione)

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Studiare la convergenza assoluta e semplice della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln(n) + \ln(n+1)}{n^2}.$$

2. Determinare, se esiste, il piano tangente al grafico della funzione

$$f(x, y) = \ln(\sin(x) + \cos(y))$$

nel punto $(0, 0)$.

3. Determinare e classificare i punti critici della seguente funzione nel suo insieme di definizione:

$$f(x, y) = \frac{x^2 - y^2 + 1}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

4. Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_A (x - y) \, dx \, dy,$$

dove $A \subset \mathbb{R}^2$ è il dominio delimitato dalle rette $y = x - 1$, $x = 2$ e dalla curva $y = \ln(x)$.

5. Calcolare l'area della superficie Σ di equazione cartesiana

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z^2 = 0 \\ x^2 + y^2 - 2x \leq 0. \end{cases}$$

6. Applicando il Teorema di Stokes, calcolare la circuitazione del campo $\mathbf{F}(x, y, z) = (x + y, z - y, xy)$ lungo la curva γ di equazione cartesiana

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ z = x + y. \end{cases}$$

Gli studenti che sostengono l'esame con programma da 8 CFU svolgano tutti i quesiti; quelli con programma da 5 CFU, i quesiti 2 - 6.

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 21/1/2019 – Tempo: 180 minuti

Compito A

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}.$$

2. Stabilire se la seguente funzione è continua in $(0, 0)$:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(\sqrt{x^2 + y^2})}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 1 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

3. Determinare gli estremi globali della funzione $f(x, y) = e^x y - y$ nel dominio $A = [-1, 1] \times [-1, 1]$.
4. Calcolare il volume dell'insieme limitato $A \subset \mathbb{R}^3$, delimitato dai piani $x + y = 0$, $z = 0$ e dal paraboloido ellittico

$$z = 1 - \frac{x^2}{4} - y^2.$$

5. Calcolare la lunghezza della curva γ di parametrizzazione

$$\begin{cases} x = t + 1 \\ y = \ln(t) \end{cases}, \quad t \in [1, 2].$$

6. Enunciare uno dei Teoremi di Gauß-Green. Applicandolo, calcolare la circuitazione del campo $\mathbf{F}(x, y) = (e^y x, xy^2)$ lungo la circonferenza di equazione cartesiana $x^2 + y^2 = 1$ (suggerimento: trasformare l'integrale curvilineo in un integrale doppio).

Gli studenti che sostengono l'esame con programma da 8 o 9 CFU svolgano tutti i quesiti; quelli con programma da 5 CFU, i quesiti 2 - 6.

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 21/1/2019 – Tempo: 180 minuti

Compito B

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}.$$

2. Stabilire se la seguente funzione è continua in $(0, 0)$:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(\sqrt{x^2 + y^2})}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

3. Determinare gli estremi globali della funzione $f(x, y) = e^y x - x$ nel dominio $A = [-1, 1] \times [-1, 1]$.
4. Calcolare il volume dell'insieme limitato $A \subset \mathbb{R}^3$, delimitato dai piani $x - y = 0$, $z = 0$ e dal paraboloido ellittico

$$z = 1 - x^2 - \frac{y^2}{4}.$$

5. Calcolare la lunghezza della curva γ di parametrizzazione

$$\begin{cases} x = \ln(t) \\ y = t - 1 \end{cases}, \quad t \in [1, 2].$$

6. Enunciare uno dei Teoremi di Gauß-Green. Applicandolo, calcolare la circuitazione del campo $\mathbf{F}(x, y) = (x^2 y, x^2 e^y)$ lungo la circonferenza di equazione cartesiana $x^2 + y^2 = 1$ (suggerimento: trasformare l'integrale curvilineo in un integrale doppio).

Gli studenti che sostengono l'esame con programma da 8 o 9 CFU svolgano tutti i quesiti; quelli con programma da 5 CFU, i quesiti 2 - 6.

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 4/2/2019 – Tempo: 180 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare l'insieme di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin\left(\frac{1}{e^n}\right) x^n.$$

2. Stabilire in quali punti la funzione $f(x, y) = e^{|x|}(y^2 + 1)$ è derivabile.
3. Determinare e classificare i punti critici della funzione $f(x, y) = \ln(x)(y^2 + y)$ nel suo insieme di definizione, quindi calcolarne gli estremi globali.
4. Calcolare il seguente integrale triplo:

$$\iiint_A x \, dx \, dy \, dz, \quad A = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z \leq x + \frac{3}{4} \right\}.$$

5. Calcolare il seguente integrale superficiale del primo tipo:

$$\iint_{\Sigma} x \, dS, \quad \Sigma : \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ z = x^2 - y^2 \end{cases}.$$

6. Enunciare il Teorema di Stokes. Applicandolo, calcolare la circuitazione del campo $\mathbf{F}(x, y, z) = (y, 2x, z + 1)$ lungo la curva γ di equazione cartesiana

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ z = x^2 + y^2. \end{cases}$$

7. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} u' = \frac{e^x}{u} \\ u(0) = 1. \end{cases}$$

Gli studenti che sostengono l'esame con programma da 8 CFU svolgano i quesiti 1 - 6; quelli con programma da 5 CFU, i quesiti 2 - 6; quelli con programma da 9 CFU, i quesiti 1, 2, 3, 5, 6, 7.

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 18/2/2019 – Tempo: 180 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \arctan\left(\frac{n}{e^n}\right).$$

2. Stabilire se il grafico della funzione

$$f(x, y) = \frac{e^{x-y} + 1}{x^2 - y^2 + 1}$$

ammette piano tangente in $(0, 0)$, e in caso affermativo scrivere l'equazione del piano tangente.

3. Determinare gli estremi globali della funzione $f(x, y) = e^{x^2-y^2}$ nell'insieme

$$A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 1 \right\}.$$

4. Calcolare il volume della regione limitata di \mathbb{R}^3 compresa fra i paraboloidi di equazioni

$$z = (x - 1)^2 + (y - 1)^2, \quad z = 2 - x^2 - y^2.$$

5. Enunciare il Teorema della divergenza. Applicandolo, calcolare il flusso del campo $\mathbf{F}(x, y, z) = (2x, y + 1, yz)$ attraverso la superficie Σ di equazione cartesiana

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{4} = 1.$$

6. Stabilire se la forma differenziale

$$\omega = \frac{y}{xy + 1} dx + \frac{x}{xy + 1} dy$$

è esatta nel suo insieme di definizione, e in caso affermativo calcolarne un potenziale.

Gli studenti che sostengono l'esame con programma da 8 o 9 CFU svolgano tutti i quesiti; quelli con programma da 5 CFU, i quesiti 2 - 6.

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 2/4/2019 – Tempo: 180 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} u'' + 3u' + 2u = xe^{-x} \\ u(0) = 1 \\ u'(0) = 0. \end{cases}$$

2. Determinare l'insieme di convergenza della seguente serie di potenze:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n x^n.$$

3. Determinare e classificare i punti critici della funzione $f(x, y) = e^{x+y^2}(2x - 1)$ in \mathbb{R}^2 .
4. Calcolare il volume dell'insieme limitato $A \subset \mathbb{R}^3$ compreso fra il paraboloido ellittico di equazione $z = x^2 + 2y^2$ e il piano di equazione $z = 1$.
5. Calcolare l'area della superficie Σ di equazione cartesiana

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x \leq 0 \\ z = (x - 1)^2 - y^2. \end{cases}$$

6. Applicando il Teorema di Stokes, calcolare la circuitazione del campo $\mathbf{F}(x, y, z) = (yz, xz, xy)$ lungo la curva γ di equazione cartesiana

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ z = x + 2y. \end{cases}$$

Gli studenti che sostengono l'esame con programma da 8 o 9 CFU svolgano tutti i quesiti; quelli con programma da 5 CFU, i quesiti 3 - 6.

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 7/6/2019 – Tempo: 180 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Studiare la convergenza assoluta e semplice della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \ln \left(\frac{n^2 + 1}{n^2 - 1} \right).$$

2. Stabilire se la seguente funzione è continua in $(0, 0)$:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1 - x^2 - y^2}}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 1 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

3. Determinare gli estremi globali della funzione $f(x, y) = x^2 + y^2 - x - y$ nel dominio

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq \sqrt{x}\}.$$

4. Calcolare l'integrale triplo

$$\iiint_A z \, dx \, dy \, dz, \quad A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, (x - 1)^2 + y^2 \leq 1\}.$$

5. Calcolare l'integrale curvilineo (del primo tipo)

$$\int_{\gamma} (x + 1)^2 \, ds,$$

dove γ è la curva regolare di equazione cartesiana $y = \ln(x + 1)$, $x \in [0, 1]$.

6. Applicando le formule di Gauß-Green, calcolare

$$\iint_A (x + 2y) \, dx \, dy, \quad A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}.$$

Gli studenti che sostengono l'esame con programma da 8 CFU svolgano tutti i quesiti; quelli con programma da 5 CFU, i quesiti 3–6.

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 28/6/2019 – Tempo: 180 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Studiare la convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\sqrt{n}}}{n} x^n.$$

2. Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{1 - \cos(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2}.$$

3. Studiare i punti critici della funzione $f(x, y) = e^{x^2 - y^2 + x}$ in \mathbb{R}^2 .
4. Calcolare il volume dell'insieme compatto $A \subset \mathbb{R}^3$ delimitato dal paraboloido di equazione $z = x^2 + y^2$ e dal cilindro parabolico di equazione $z = 1 - x^2$.
5. Calcolare l'area della superficie Σ di equazione cartesiana

$$\begin{cases} z = 2x^2 - y^2 \\ 4x^2 + y^2 \leq 1. \end{cases}$$

6. Applicando il Teorema di Stokes, calcolare la circuitazione del campo $\mathbf{F}(x, y, z) = (x + 1, yz, x + y)$ lungo la curva γ di equazione cartesiana

$$\begin{cases} z = x^2 - y^2 \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$$

Gli studenti che sostengono l'esame con programma da 8 CFU svolgano tutti i quesiti; quelli con programma da 5 CFU, i quesiti 3–6.

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 17/7/2019 – Tempo: 180 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) - \ln \left(1 + \frac{1}{n^2} \right) \right].$$

2. Stabilire se la forma differenziale

$$\omega = -\frac{2x}{e^{x^2+y^2}} dx - \frac{2y}{e^{x^2+y^2}} dy$$

è esatta nel suo insieme di definizione, quindi calcolare l'integrale di ω lungo la circonferenza di centro $(0, 1)$ e raggio 2.

3. Determinare gli estremi globali della funzione $f(x, y) = x^2 - y^2$ nel dominio

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x + y \leq 1, -1 \leq x - y \leq 1\}.$$

4. Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_A x e^y dx dy, \quad A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq 1 - x^2\}.$$

5. Calcolare l'integrale curvilineo (del primo tipo) della funzione $f(x, y) = y \cos(x)$ lungo la curva γ di equazione parametrica

$$\begin{cases} x = t \\ y = \sin(t) \end{cases}, \quad t \in \left[0, \frac{\pi}{2} \right].$$

6. Applicando le formule di Gauß-Green, calcolare l'area del dominio

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^4 - 1 \leq y \leq 1 - x^4\}.$$

Gli studenti che sostengono l'esame con programma da 8 o 9 CFU svolgano tutti i quesiti; quelli con programma da 5 CFU, i quesiti 2 - 6.

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 13/7/2019 – Tempo: 180 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare l'insieme di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} e^{\ln(n)-n} x^n.$$

2. Determinare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = x - y + \ln(x^2 + y^2),$$

studiandone la natura.

3. Calcolare il volume dell'insieme

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq 3\sqrt{x^2 + y^2} - (x^2 + y^2) - 2\}.$$

4. Calcolare l'area della superficie Σ di equazione cartesiana

$$z = \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{6},$$

che si proietta sul dominio

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1\}.$$

5. Stabilire se il campo

$$F(x, y, z) = (-\sin(x + y^2), -2y \sin(x + y^2), -1)$$

è conservativo nel suo insieme di definizione.

6. Applicando il Teorema di Stokes, calcolare la circuitazione del campo $F(x, y, z) = (xy, z + 1, x^2)$ lungo il bordo della superficie Σ di equazione

$$z = x^2 + y^2,$$

che si proietta sul dominio

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 1\}.$$

Gli studenti che sostengono l'esame con programma da 8 o 9 CFU svolgano tutti i quesiti; quelli con programma da 5 CFU, i quesiti 3 - 6.

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 25/10/2019 – Tempo: 180 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Studiare il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^n + n}{n!}.$$

2. Determinare gli estremi globali della funzione $f(x, y) = x^3 + y^2$ nel dominio $A = [-1, 1] \times [-2, 2]$.

3. Calcolare l'integrale triplo

$$\iiint_A z \, dx \, dy \, dz, \quad A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq 1 - x^2 - y^2\}.$$

4. Calcolare l'integrale curvilineo (del primo tipo)

$$\int_{\gamma} x^2 \, ds,$$

dove γ è la curva di equazione parametrica

$$\begin{cases} x = t \\ y = \ln(t) \end{cases}, \quad t \in [1, 2].$$

5. Applicando le formule di Gauß-Green, calcolare l'area del dominio

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 1 \leq y \leq 1 - x^2\}.$$

6. Stabilire se la forma differenziale

$$\omega = 2xye^{x^2} \, dx + e^{x^2} \, dy$$

è esatta nel suo insieme di definizione.

Gli studenti che sostengono l'esame con programma da 8 o 9 CFU svolgano tutti i quesiti; quelli con programma da 5 CFU, i quesiti 2 - 6.

Prova scritta di Analisi Matematica 2
Appello straordinario del 18/12/2019 – Tempo: 180 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\ln(1+x^2+y^2)}{\sin(x^2+y^2)}.$$

2. Determinare e classificare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = \frac{xy}{e^x}$$

nel suo insieme di definizione.

3. Calcolare il volume dell'insieme

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1 - x^2 - y^2\}.$$

4. Calcolare la lunghezza della curva γ di parametrizzazione

$$\begin{cases} x = e^t \cos(t) \\ y = e^t \sin(t) \end{cases}, \quad t \in [0, \pi].$$

5. Applicando il Teorema di Stokes, calcolare la circuitazione del campo $\mathbf{F}(x, y, z) = (x + y, z - y, xy)$ lungo la curva γ di equazione cartesiana

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ z = 0. \end{cases}$$

6. Siano Σ una superficie regolare chiusa, $\Phi \in C^2(\mathbb{R}^3)$ una funzione armonica. Dimostrare che

$$\iint_{\Sigma} \nabla \Phi \cdot \nu \, dS = 0.$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2
Appello del 23/10/2020 – Tempo: 120 minuti
Test di Autovalutazione

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Studiare il carattere della seguente serie numerica:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^n}{n!}.$$

2. Stabilire se la funzione

$$f(x, y) = e^{x^2+2xy-y}$$

è differenziabile nel punto $(0, 0)$, e in caso affermativo determinare il piano tangente al grafico di f in tale punto.

3. Calcolare il volume della regione

$$Q = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq xy\}.$$

4. Applicando le formule di Gauß-Green, calcolare l'area del dominio $D \subset \mathbb{R}^2$ delimitato dall'ellisse di equazione

$$\frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{16} = 1.$$

Prova parziale di Analisi Matematica 2

Appello del 23/12/2020 – Tempo: 90 minuti

Test di autovalutazione - Matricole Dispari

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Studiare la convergenza assoluta e semplice della seguente serie numerica:

$$(a) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \arctan\left(\frac{n+1}{n^2+1}\right), \quad (b) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \sin\left(\frac{n+2}{n^2+2}\right).$$

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$(a) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sqrt{1+x^2+y^2}-1}{\sqrt{x^2+y^2}}, \quad (b) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sqrt{1+x^2+y^2}-1}{x^2+y^2}.$$

3. Determinare gli estremi globali nell'insieme $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^4 + y^4 \leq 1\}$ della seguente funzione:

$$(a) f(x, y) = x^4 - y^4, \quad (b) f(x, y) = x^4 + 4y^4.$$

Gli studenti con numero di matricola $4n + 1$ svolgano gli esercizi contrassegnati con (a), quelli con matricola $4n + 3$ gli esercizi contrassegnati con (b).

Prova parziale di Analisi Matematica 2

Appello del 23/12/2020 – Tempo: 90 minuti

Test di autovalutazione - Matricole Pari

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare l'insieme di convergenza della seguente serie di potenze:

$$(a) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{e^{n+1}} x^n, \quad (b) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 + n}{2^n} x^n.$$

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$(a) \lim_{|(x,y)| \rightarrow \infty} \frac{\ln(x+y) + \ln(x-y)}{x^2 + y^2}, \quad (b) \lim_{|(x,y)| \rightarrow \infty} [\ln(x+y) + \ln(x-y)].$$

3. Determinare gli estremi globali nell'insieme $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 - x^2\}$ della seguente funzione:

$$(a) f(x, y) = e^x - y, \quad (b) f(x, y) = \ln(1 + x + y).$$

Gli studenti con numero di matricola $4n$ svolgano gli esercizi contrassegnati con (a), quelli con matricola $4n + 2$ gli esercizi contrassegnati con (b).

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 7/1/2021 – Tempo: 180 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	

1. Studiare la convergenza puntuale e uniforme della seguente serie di funzioni:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(1 + \frac{e^x}{n^2} \right) \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \sin \left(\frac{e^x}{n^2} \right).$$

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$(a) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 - 2x^2y^2}{x^4 + y^2} \quad (b) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2y^2 - x^4}{x^4 + 2y^2}.$$

3. Determinare e classificare i punti critici della seguente funzione nel suo insieme di definizione:

$$(a) f(x, y) = \arctan(xy) + x^2 - y^2 \quad (b) f(x, y) = \arctan(xy) - x^2 + y^2.$$

4. Calcolare il volume del seguente insieme:

$$(a) A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z \leq 2x - 2y + 1\}$$

$$(b) A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z \leq 2y - 2x + 1\}.$$

5. Calcolare il seguente integrale curvilineo (del primo tipo):

$$(a) \int_{\gamma} x e^y ds, \quad \gamma : \begin{cases} x = t \\ y = \ln(t) \end{cases}, \quad t \in [1, 2]$$

$$(b) \int_{\gamma} y^2 ds, \quad \gamma : \begin{cases} x = \ln(t) \\ y = t \end{cases}, \quad t \in [1, 2].$$

6. Applicando il Teorema di Stokes, calcolare la circuitazione del campo \mathbf{F} lungo la curva γ :

$$(a) \mathbf{F}(x, y, z) = (z, y, e^x), \quad \gamma : \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ z = 1 - y^2 \end{cases}$$

$$(b) \mathbf{F}(x, y, z) = (z, x, e^y), \quad \gamma : \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ z = 1 - x^2 \end{cases}.$$

Gli studenti che sostengono la seconda prova parziale svolgono i quesiti 4 – 6, quelli che sostengono l'esame completo i quesiti 1 – 6. Gli studenti con matricola pari svolgono gli esercizi contrassegnati con (a), quelli con matricola dispari gli esercizi contrassegnati con (b).

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 26/1/2021 – Tempo: 180 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Scrivere la serie di Maclaurin della funzione f , stabilendo se f è analitica per $x = 0$:

$$(a) f(x) = \sqrt{x+1} \quad (b) f(x) = \sqrt{1-x}.$$

2. Determinare, se esiste, il piano tangente al grafico della funzione f nel punto $(0, 0)$:

$$(a) f(x, y) = \frac{\ln(1+x^2-y^2)}{1+x^2+y^2} \quad (b) f(x, y) = \frac{\sqrt{1+x^2-y^2}}{1+x^2+y^2}.$$

3. Determinare gli estremi globali della funzione

$$(a) f(x, y) = \sqrt{1+x^2+y^2} \quad (b) f(x, y) = \ln(1+x^2+y^2)$$

nel dominio

$$A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 1 \right\}.$$

4. Calcolare l'integrale (triplo) della funzione f nel dominio A :

$$(a) f(x, y, z) = z, \quad A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z \geq 1\}$$

$$(b) f(x, y, z) = z^2, \quad A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq 0\}.$$

5. Calcolare l'integrale (superficiale del primo tipo) della funzione $f(x, y, z) = z$ sulla superficie Σ di equazione cartesiana

$$(a) \begin{cases} z = xy \\ x^2 + y^2 \leq 1 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} z = x^2 - y^2 \\ x^2 + y^2 \leq 1 \end{cases}.$$

6. Applicando una delle formule di Gauß-Green, calcolare l'area del dominio

$$(a) D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 - y^2 \leq x \leq \sqrt{1 - y^2}\}$$

$$(b) D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 - x^2 \leq y \leq \sqrt{1 - x^2}\}.$$

Gli studenti che sostengono la seconda prova parziale svolgono i quesiti 4 – 6, quelli che sostengono l'esame completo i quesiti 1 – 6. Gli studenti con matricola pari svolgono gli esercizi contrassegnati con (a), quelli con matricola dispari gli esercizi contrassegnati con (b).

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 18/2/2021 – Tempo: 180 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Studiare la convergenza semplice e assoluta della seguente serie:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{n^n}, \quad (b) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{e^n}{n!}.$$

2. Calcolare il seguente limite:

$$(a) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{x^2-y^2} - 1}{x^2 + y^2}, \quad (b) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\arctan(x^4 - y^4)}{x^2 + y^2}.$$

3. Determinare gli estremi globali nel dominio $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x^2\}$ della seguente funzione:

$$(a) f(x, y) = \arctan(y - x), \quad (b) f(x, y) = e^{x-y}.$$

4. Calcolare il volume del seguente insieme:

$$(a) A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq z \leq e^{x^2+y^2}\},$$

$$(b) A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

5. Calcolare il seguente integrale curvilineo:

$$(a) \int_{\gamma} y \, ds, \quad \gamma = \{y = \cosh(x), x \in [-1, 1]\},$$

$$(b) \int_{\gamma} \sqrt{2 + y^2} \, ds, \quad \gamma = \{y = \sinh(x), x \in [-1, 1]\}.$$

6. Applicando il Teorema della divergenza, calcolare il flusso attraverso la sfera Σ di centro $(0, 0, 0)$ e raggio 1 del seguente campo:

$$(a) F(x, y, z) = (x^2, xy, z), \quad (b) F(x, y, z) = (x + y, y^2, yz).$$

Gli studenti che sostengono la seconda prova parziale svolgono i quesiti 4 – 6, quelli che sostengono l'esame completo i quesiti 1 – 6. Gli studenti con matricola pari svolgono gli esercizi contrassegnati con (a), quelli con matricola dispari gli esercizi contrassegnati con (b).

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 24/3/2021 – Tempo: 180 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Applicando il Criterio di condensazione (di Cauchy), studiare la convergenza della seguente serie numerica:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n)}{\ln(n)^2 + 1}.$$

2. Stabilire se la seguente funzione è continua in $(0, 0)$:

$$f(x, y) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{\ln(1 + x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}\right) & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ \pi & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

3. Determinare i punti critici della seguente funzione nel suo insieme di definizione, studiandone la natura:

$$f(x, y) = \arctan(x^2 - xy).$$

4. Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_A \ln(y + 1) \, dx \, dy, \quad A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq y \leq 1\}.$$

5. Calcolare l'area della superficie Σ di equazione cartesiana:

$$\begin{cases} z = \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} \\ \frac{x^2}{4} + y^2 \leq 1. \end{cases}$$

6. Applicando il Teorema di Stokes, calcolare il flusso del rotore del campo $F(x, y, z) = (2y, z + 1, x^2)$ attraverso la semisfera Σ di equazione cartesiana

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ z \geq 0. \end{cases}$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 9/6/2021 – Tempo: 180 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare l'insieme di convergenza della seguente serie di potenze:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \arctan\left(\frac{n^2 + 1}{e^n}\right) x^n.$$

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\cos(x) - 1}{\sin(x^2 + y^2)}.$$

3. Determinare gli estremi globali della funzione $f(x, y) = x^3 - 2y$ nell'insieme

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2x - x^2\}.$$

4. Calcolare il seguente integrale triplo:

$$\iiint_A z \, dx \, dy \, dz, \quad A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq e^{\sqrt{x^2 + y^2}}\}.$$

5. Calcolare la lunghezza della curva γ di equazione parametrica

$$\begin{cases} x = e^t \\ y = t + 1 \end{cases}, \quad t \in [0, 1].$$

6. Applicando le formule di Gauß-Green, calcolare l'integrale (curvilineo del secondo tipo) del campo $F(x, y) = (x^2 - y, x^2 + y)$ lungo la frontiera positivamente orientata del dominio

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}.$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 7/7/2021 – Tempo: 180 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Studiare il carattere (e se possibile determinare la somma) della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{e^n} - \frac{1}{e^{n+1}} \right).$$

2. Determinare il piano tangente nel punto $(0, 0)$ al grafico della funzione

$$f(x, y) = \tan(e^x - y - 1).$$

3. Determinare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = e^{x^2-2y^2} + \ln(x^2 - y^2 + 1)$$

nel suo insieme di definizione, specificandone la natura.

4. Calcolare il seguente integrale triplo:

$$\iiint_A (1 + y^2 z) dx dy dz, \quad A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq x, 0 \leq z \leq xy\}.$$

5. Calcolare l'area della superficie Σ di equazione cartesiana

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4 \\ x^2 + y^2 \leq 1, z \geq 0 \end{cases}.$$

6. Stabilire se il campo $F(x, y) = (y - x, 1 + x)$ è conservativo nel suo insieme di definizione, quindi calcolare l'integrale (curvilineo del secondo tipo) di F lungo la curva γ di equazione parametrica

$$\begin{cases} x = 3 \cos(t) \\ y = 3 \sin(t) \end{cases}, \quad t \in [0, \pi].$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 21/7/2021 – Tempo: 180 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Stabilire se la funzione $f(x) = \frac{1}{e^x}$ è analitica nel suo insieme di definizione, e in caso affermativo determinarne la serie di Maclaurin.
2. Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sqrt{x^2 - y^2}}{x^2 + y^2}.$$

3. Determinare gli estremi globali della funzione $f(x, y) = \ln(e^x - y)$ nel suo insieme di definizione.
4. Calcolare il volume dell'insieme limitato $A \subset \mathbb{R}^3$ compreso fra la semisfera superiore di equazione $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ e il paraboloido di equazione $z = \sqrt{2}(x^2 + y^2)$.
5. Detto γ l'arco di parabola di equazione cartesiana $y = 1 - x^2$, con $-1 \leq x \leq 1$, calcolare l'integrale curvilineo (del primo tipo)

$$\int_{\gamma} (x^2 + x + y - 1) ds.$$

6. Applicando il Teorema della divergenza, calcolare il flusso (uscente) del campo $F(x, y, z) = (x^2 - xy, -2xy, yz + z)$ attraverso l'ellissoide di equazione cartesiana

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{4} = 1.$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 20/9/2021 – Tempo: 180 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare il carattere della seguente serie numerica:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \left(\frac{e^n + n}{e^n + 1} \right).$$

2. Determinare gli estremi globali della funzione

$$f(x, y) = \frac{\arctan(\sqrt{x^2 + y^2})}{x^2 + y^2}$$

nel suo insieme di definizione (suggerimento: calcolare i limiti per $(x, y) \rightarrow (0, 0)$ e per $|(x, y)| \rightarrow \infty$).

3. Determinare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = \arcsin(xy)$$

nel suo insieme di definizione, studiandone la natura.

4. Calcolare il seguente integrale triplo:

$$\iiint_A (x^2 + y) \, dx \, dy \, dz, \quad A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}.$$

5. Calcolare la lunghezza dell'arco di parabola γ di equazione cartesiana

$$y = 2x^2 - 1, \quad 0 \leq x \leq \frac{1}{4}.$$

6. Applicando il Teorema di Stokes, calcolare la circuitazione del campo $F(x, y, z) = (x + y, 2z, 1 - x)$ lungo la curva γ di equazione cartesiana

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ z = x + y. \end{cases}$$

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Appello del 27 ottobre 2021 – Tempo: 180 minuti

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Crediti	
Docente	

1. Determinare l'insieme di convergenza della seguente serie di potenze:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) x^n.$$

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 1}}{x^2 + y^2}.$$

3. Determinare gli estremi globali della funzione $f(x, y) = e^{x^2 - y}$ nel dominio

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

4. Calcolare l'integrale (doppio) della funzione $f(x, y) = e^{xy}$ nell'insieme

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 - x^2\}.$$

5. Calcolare l'integrale (superficiale del primo tipo) della funzione $f(x, y, z) = \sqrt{z}$ sulla superficie Σ di equazione cartesiana

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ z = x^2 + y^2. \end{cases}$$

6. Applicando una delle formule di Gauß-Green, calcolare l'area del dominio

$$A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2, 1 - \frac{x^2}{4} \leq y \leq 1 + \frac{x^2}{4} \right\}.$$