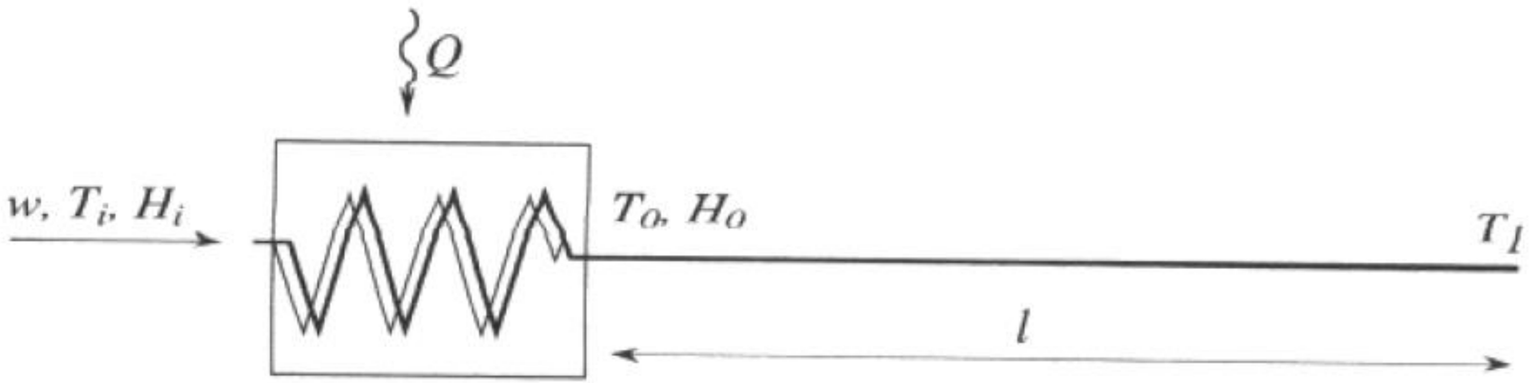
Controllo dei sistemi energetici

Modellazione di sistemi termici

Ing. Alessandro Pisano

apisano@unica.it

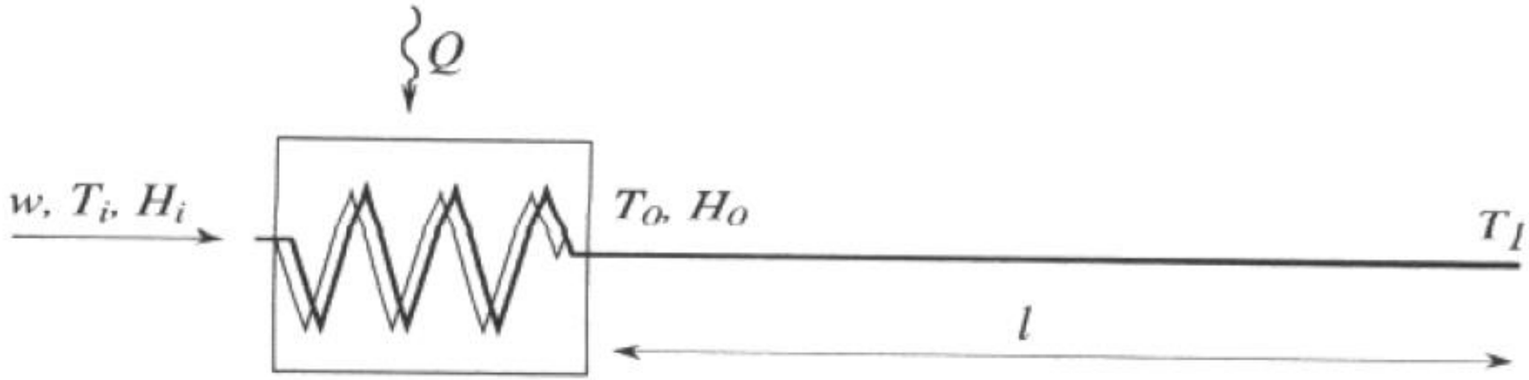
Scambiatore di calore a flusso termico imposto



Lo scambiatore è schematizzato come in Figura. Esso è percorso da un fluido che non cambia fase e vede in uscita un lungo tratto di tubazione supposta adiabatica.

Il fluido non comprimibile transita nello scambiatore e nella tubazione a valle con portata w(t)

La temperatura e l'entalpia del fluido in ingresso allo scambiatore sono rispettivamente T_i e H_i, mentre i relativi valori di uscita sono T_o e H_o



Nel transitare all'interno dello scambiatore il fluido è soggetto ad un flusso di potenza termica Q

Quali possono essere dei contesti reali in cui si realizza un processo con caratteristiche assimilabili?


Specifications
Power: 3000W
Voltage: 220V
Heating power: 2.1 ~ 5kW
Working pressure: 0.04--0.6Mpa
Five protectors ensure 100% user safety
double electricity leakage protector;

Boiler

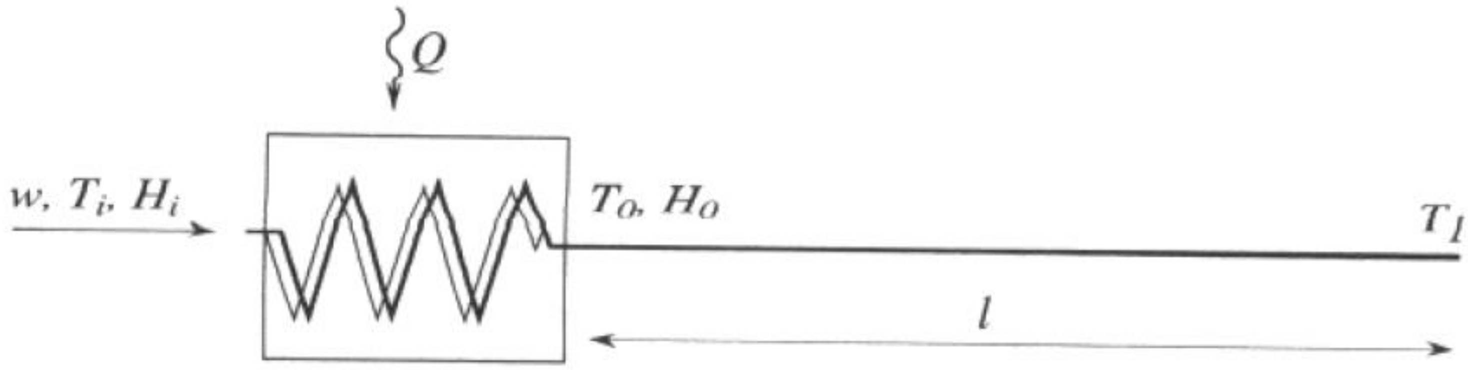
Collettore solare piano

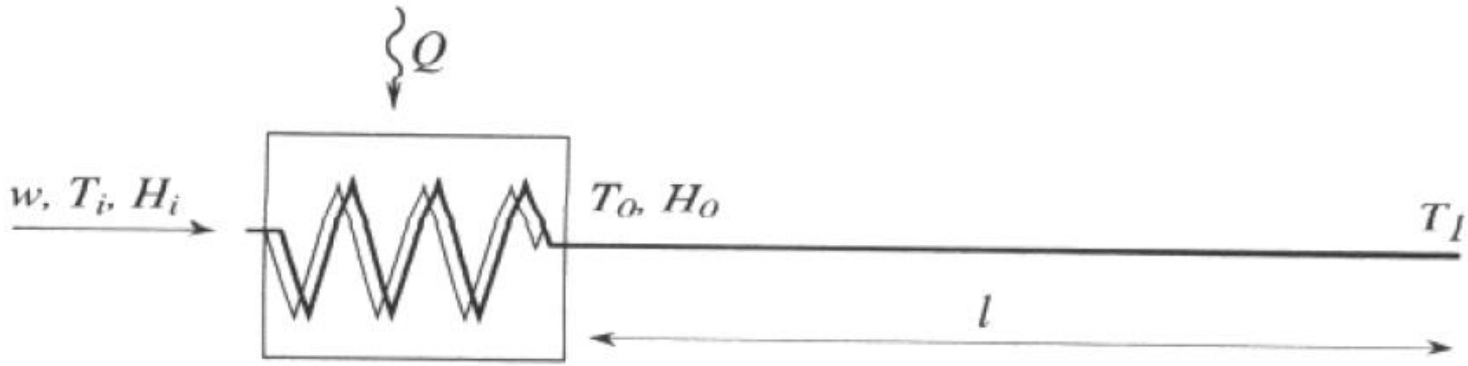
Impianto solare termodinamico

Le variazioni di energia meccanica sono trascurabili rispetto a quelle di energia termica

In generale si desidera regolare la temperatura T_1 di uscita agendo in maniera opportuna sulla portata w del fluido o in alternativa sulla potenza termica Q trasferita al fluido.

In funzione di quale sia la variabile di ingresso modificabile del problema cambia ovviamente il modo con il quale si approccia il progetto del sistema di controllo perché cambia il legame strutturale fra ingresso modificabile ed uscita.





Applicando il PCE alla regione in cui avviene lo scambio termico si ottiene:

$$\frac{dE}{dt} = P_e - P_u = wh_i + Q - wh_0$$

$$\frac{dE}{dt} = w(h_i - h_0) + Q$$

Per fluidi monofase incomprimibili:

$$h = c\,T$$

c = calore specifico del fluido per unità di massa

Se espresso in (J/(kg·K)) rappresenta la quantità di calore necessaria per innalzare, o diminuire, di 1 °K la temperatura di un Kg di sostanza.

Sostanza	Stato	c (J/(kg·K))
Acqua	liquido	4186
Etanolo	liquido	2460
Glicerina	liquido	2260
Mercurio	liquido	139
Olio	liquido	~ 2000

calore specifico di alcuni fluidi
a T = 25°C e P = 100kPa

$$\frac{dE}{dt} = wc(T_i - T_0) + Q$$

In regime stazionario $\left(\frac{dE}{dt} = 0\right)$ si ha

$$T_0 = T_i + \frac{Q}{wc}$$

Il salto termico $T_0 - T_i$ è direttamente proporzionale a Q ed inversamente proporzionale al prodotto fra la portata w e la capacita termica del fluido. Tale relazione è utile per dimensionare lo scambiatore.

Ora dobbiamo definire l'energia totale E(t)

Ipotizzando che la zona in cui avviene lo scambio termico sia sufficientemente corta, in modo da poter considerare uniforme (e pari alla temperatura T_0 in uscita) la temperatura del fluido al suo interno, si ha

$$E = \mathrm{mc}T_0$$

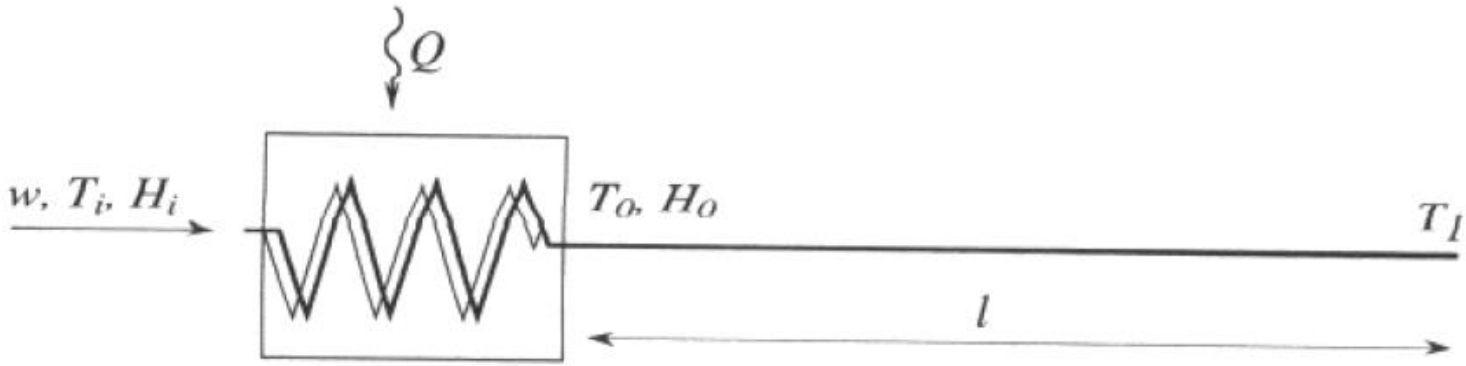
m = massa di fluido presente nella regione di scambio

$$\frac{dE}{dt} = wc(T_i - T_0) + Q$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{mc}\frac{dT_0}{dt} = wc(T_i - T_0) + Q$$

E' un modello matematico lineare ?



Va ora definito il legame che intercorre fra la temperatura T_0 all'uscita dalla regione di scambio termico e la temperatura T_1 che si registra a valle della tubazione adiabatica di lunghezza ℓ

$$T_1(t) = T_0(\mathrm{t} - \tau) \qquad \tau = \frac{\ell}{v} = \frac{\ell}{w/\rho A} = \frac{\ell \rho A}{w} = \frac{\mathrm{M}}{w}$$

M = massa di fluido contenuta nella tubazione

Modello complessivo

$$\mathrm{mc}\frac{dT_0(t)}{dt} = cw(t)(T_i(t) - T_0(t)) + Q(t)$$

$$T_1(t) = T_0\left(\mathrm{t} - \frac{\mathrm{M}}{w}\right)$$

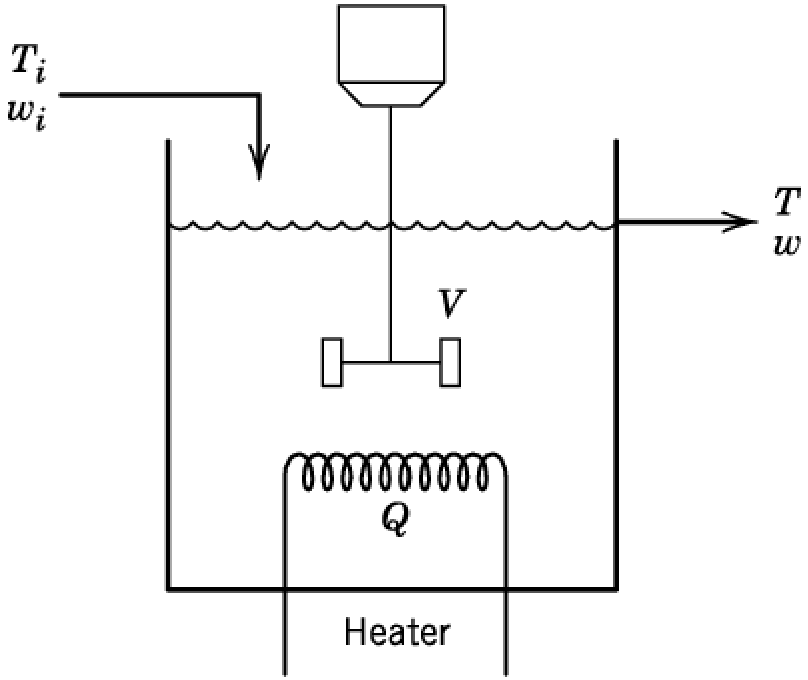
m = massa di fluido presente nella regione di scambio

M = massa di fluido contenuta nella tubazione

c = calore specifico del fluido

w = portata massica del fluido

Reattore con mescolamento e riscaldamento



Perfetta miscelazione (temperatura uniforme all interno del reattore e pari a T)

wi=w (volume di fluido costante)

Densità e calore specifico costanti rispetto alla temperatura

Scambio termico con l'ambiente trascurabile

Q è la potenza termica trasferita istantaneamente al fluido dalla resistenza

Principio di conservazione dell'energia (PCE) applicato al volume di liquido contenuto nel serbatoio

$$\frac{dE}{dt} = wh_{in} + Q \; - wh_{out} = wc(T_i - T) + Q$$

$$E \, = \mathrm{mc}T$$

m = massa del liquido contenuto nel serbatoio

c = calore specifico del fluido

Modello matematico **analogo a quello ricavato nell'esempio precedente**

$$\mathrm{mc}\frac{dT(t)}{dt} = cw(t)(T_i(t) - T(t)) + Q(t)$$

In una modellazione più approfondita e realistica, si potrebbe associare Q alla potenza elettrica che alimenta la resistenza e che ne varia la temperatura T_r

Ciò corrisponde al rilassamento della ipotesi che l'energia possa fluire istantaneamente dalla resistenza al fluido, ed in particolare che questa possa essere regolata istante per istante.

E' più realistico considerare la resistenza come un elemento metallico avente una propria inerzia termica la cui temperatura (media) T_r è influenzata e variata da un flusso di potenza Q di natura elettrica (convertita in calore per effetto Joule) e da uno scambio termico di natura convettiva con il fluido in cui è immersa.

Applichiamo il PCE al volume del fluido.

$$\frac{dE_f}{dt} = wh_{in} - wh_{out} + Q_{rf} = wc(T_i - T) + Q_{rf}$$

Se in precedenza abbiamo inserito in questa equazione di bilancio il termine di potenza istantanea Q(t), ora dobbiamo invece inserire un termine differente, che chiamiamo Q_{rf}, che rappresenta la potenza scambiata fra il fluido e la resistenza.

$$\frac{dE_f}{dt} = wh_{in} - wh_{out} + Q_{rf} = wc(T_i - T) + Q_{rf}$$

La potenza Q_{rf} scambiata fra il fluido e la resistenza corrisponde ad un flusso di calore di natura convettiva

$$Q_{rf} = K_e A_m (T_r - T)$$

in cui:

K_e è il coefficiente di scambio termico convettivo per unità di superficie

A_m è la superficie di scambio

$E_f = \mathrm{m}\mathrm{c}T$

m = massa del liquido contenuto nel serbatoio

c = calore specifico del fluido

$$mc\frac{dT}{dt} = wc(T_i - T) + K_e A_m (T_r - T)$$

Applichiamo il PCE alla resistenza metallica.

$$\frac{dE_m}{dt} = Q \ - Q_{rf}$$

Q è la potenza elettrica dissipata nella resistenza

$E_m = \mathrm{m_r c_r} T_r$

m_r = massa della resistenza metallica

$\mathrm{c_r}$ = calore specifico del metallo

$$\mathrm{m_r c_r}\frac{dT_r(t)}{dt} = Q(t) - \mathrm{K_e A_m}(T_r(t) - T(t))$$

Modello complessivo

$$\mathrm{mc}\frac{dT(t)}{dt} = cw(t)(T_i(t) - T(t)) + \mathrm{K_e A_m}(T_r(t) - T(t))$$

$$\mathrm{m_r c_r}\frac{dT_r(t)}{dt} = Q(t) - \mathrm{K_e A_m}(T_r(t) - T(t))$$

m = massa del liquido contenuto nel serbatoio

c = calore specifico del fluido

A_m = superfice della resistenza a contatto con il fluido

K_e = coefficiente di scambio termico convettivo resistenza/fluido per unita di superficie

m_r = massa della resistenza metallica

$\mathrm{c_r}$ = calore specifico del metallo

$$\mathrm{mc}\frac{dT(t)}{dt} = cw(t)(T_i(t) - T(t)) + \mathrm{K_e A_m}(T_r(t) - T(t))$$

$$\mathrm{m_r c_r}\frac{dT_r(t)}{dt} = Q(t) - \mathrm{K_e A_m}(T_r(t) - T(t))$$

Modello costituito da due equazioni differenziali fra loro accoppiate.

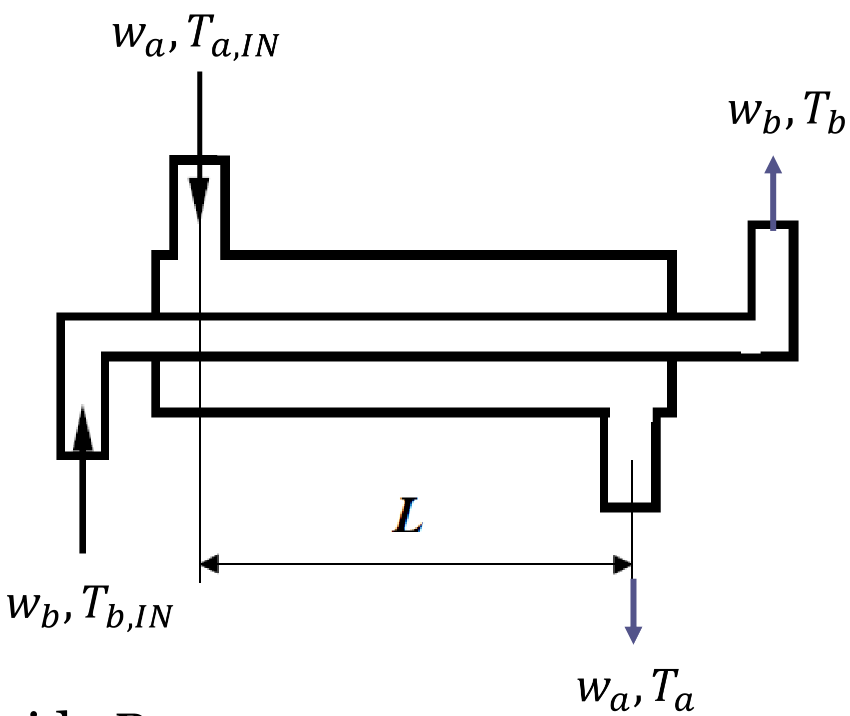
Se $w(t) = cost.$ esso risulta essere un modello lineare

Hp: coibentazione perfetta. Come si modifica il modello se si include lo scambio termico con l'esterno ?

Come determinare la funzione di trasferimento fra la potenza di ingresso Q(t) (MV) e la temperatura T del fluido (CV) ? E quella fra la variabile disturbante (DV) e la CV ?

Scambiatore di calore in equicorrente

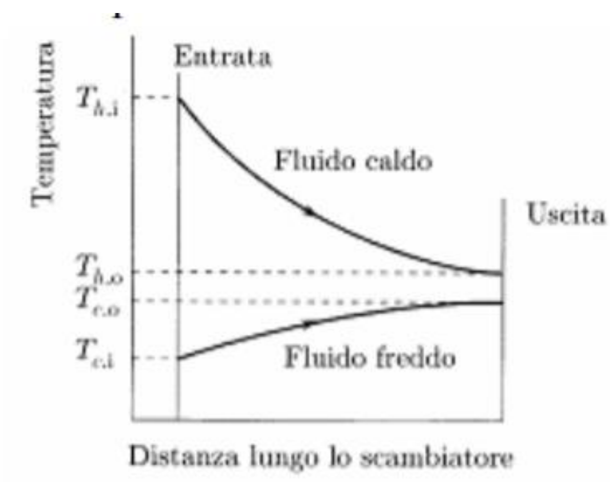
Fluido A: aria fredda



Fluido B: acqua calda di processo

L'acqua calda di processo (fluido B) percorre le tubazioni interne con portata w_b mentre lungo il mantello viene immessa aria (fluido A) con portata w_a

Lo scambiatore opera con flussi in **equicorrente**



PCE applicato al fluido di processo (fluido B)

$$\mathrm{m_b c_b} \frac{dT_b(t)}{dt} = w_b\, h_{b,in} - w_b h_{b,out} - Q_{ba}$$

$$= w_b c_b \left(T_{b,IN} - T_b(t)\right) - Q_{ba}$$

$\mathrm{m_b}$ =massa di acqua nella tubazione

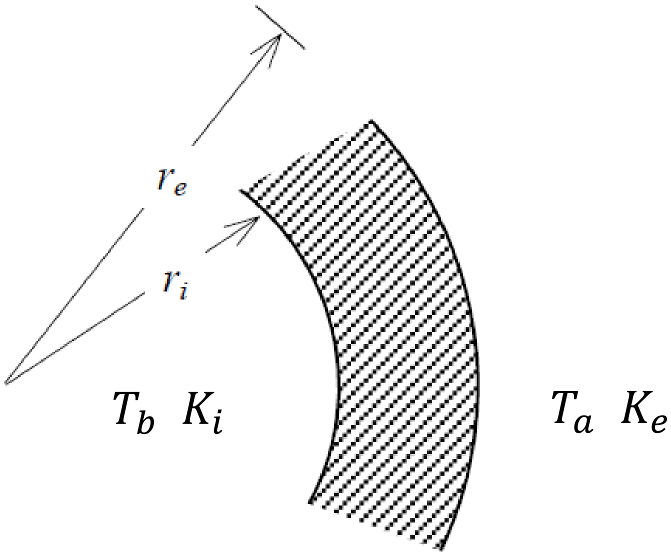
$\mathrm{c_b}$ =calore specifico dell'acqua $= 4186 \frac{J}{kg\ °K}$ a 25°C e 100 kPa

La potenza termica Q scambiata tra due fluidi mantenuti a temperatura costante T_b (fluido caldo) e T_a(fluido freddo), separati da una parete solida, è data da:

$$Q = \frac{T_b - T_a}{R_{ba}}$$

dove R_{ba} è la **resistenza termica globale [°K/W]**

parete di separazione cilindrica



R_{ba} è la resistenza termica complessiva che tiene conto sia degli scambi di natura convettiva lato aria e lato acqua che degli scambi conduttivi associati alla parete metallica della tubazione

$$R_{ba} = \frac{1}{K_i A_i} + \frac{1}{K_e A_e} + R_{parete}$$

Scambio convettivo lato acqua

Scambio convettivo lato aria

Scambio conduttivo parete metallica

$$R_{parete} = \frac{\ln \frac{r_e}{r_i}}{2\,\pi L\, K}$$

K è la conducibilità termica della parete metallica

Nel modellare uno scambiatore di calore, ipotizzare che $Q_{ba} = Q$ può costituire una assunzione eccessivamente grossolana alla luce del fatto che le temperature dei fluidi, ed in particolare il relativo salto termico, variano in maniera significativa nel percorso dall'ingresso all'uscita dello scambiatore.

Si dimostra che una espressione maggiormente adeguata deve tener conto delle temperature di ingresso e di uscita dei fluidi secondo una particolare media logaritmica che rimpiazza il «semplice» salto termico in uscita $\Delta T_{ba} = T_b - T_a$

Per uno scambiatore che opera in equicorrente tale media logaritmica ΔT_{ba}^{ML} assume la seguente forma:

$$\Delta T_{ba}^{ML} = \frac{\Delta T_{in} - \Delta T}{\ln(\Delta T_{in}/\Delta T)}$$

$$\Delta T_{in} = T_{b,IN} - T_{a,IN}$$

$$\Delta T = T_b - T_a$$

Si ha quindi la seguente espressione per la potenza termica Q_{ba} scambiata tra i due fluidi:

$$Q_{ba} = \frac{\Delta T_{ba}^{ML}}{R_{ba}} = \frac{1}{R_{ba}} \cdot \frac{\left(T_{b,IN} - T_{a,IN}\right) - (T_b - T_a)}{\ln((T_{b,IN} - T_{a,IN})/(T_b - T_a))}$$

$$\mathrm{m_b c_b}\frac{dT_b(t)}{dt} = w_b c_b\left(T_{b,IN} - T_b(t)\right) - \frac{1}{R_{ba}} \cdot \frac{\left(T_{b,IN} - T_{a,IN}\right) - (T_b(t) - T_a(t))}{\ln((T_{b,IN} - T_{a,IN})/(T_b(t) - T_a(t))}$$

PCE applicato al fluido nel mantello (aria, fluido A)

$$\mathrm{m_a c_a}\frac{dT_a(t)}{dt} = w_a c_a\left(T_{a,IN} - T_a(t)\right) + \frac{1}{R_{ba}} \cdot \frac{\left(T_{b,IN} - T_{a,IN}\right) - (T_b(t) - T_a(t))}{\ln((T_{b,IN} - T_{a,IN})/(T_b(t) - T_a(t))}$$

$\mathrm{m_a}$ =massa di aria nel mantello

c_a =calore specifico dell’aria

Modello dinamico complessivo

$$\mathrm{m_a c_a}\frac{dT_a(t)}{dt} = c_a w_a(t)\left(T_{a,IN} - T_a(t)\right) + \frac{1}{R_{ba}} \cdot \frac{\left(T_{b,IN} - T_{a,IN}\right) - (T_b(t) - T_a(t))}{\ln((T_{b,IN} - T_{a,IN})/(T_b(t) - T_a(t))}$$

$$\mathrm{m_b c_b}\frac{dT_b(t)}{dt} = c_b w_b(t)\left(T_{b,IN} - T_b(t)\right) - \frac{1}{R_{ba}} \cdot \frac{\left(T_{b,IN} - T_{a,IN}\right) - (T_b(t) - T_a(t))}{\ln((T_{b,IN} - T_{a,IN})/(T_b(t) - T_a(t))}$$

NB la precedente espressione del modello si riferisce ad uno scambiatore che opera in **equicorrente**, in cui il fluido A è il fluido freddo ed il fluido B è il fluido caldo.

Per uno scambiatore che opera in **controcorrente**, in cui il fluido A è sempre il fluido freddo ed il fluido B è sempre il fluido caldo, la media logaritmica che compare nel termine di scambio Q_{ba} si valuta in maniera differente

$$Q_{ba} = \frac{\Delta T_{ba}^{ML}}{R_{ba}} \qquad \Delta T_{ba}^{ML} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1 / \Delta T_2)} \qquad \begin{aligned} \Delta T_1 &= T_{b,IN} - T_a \\ \Delta T_2 &= T_b - T_{a,IN} \end{aligned}$$

Modello dinamico di uno scambiatore in controcorrente

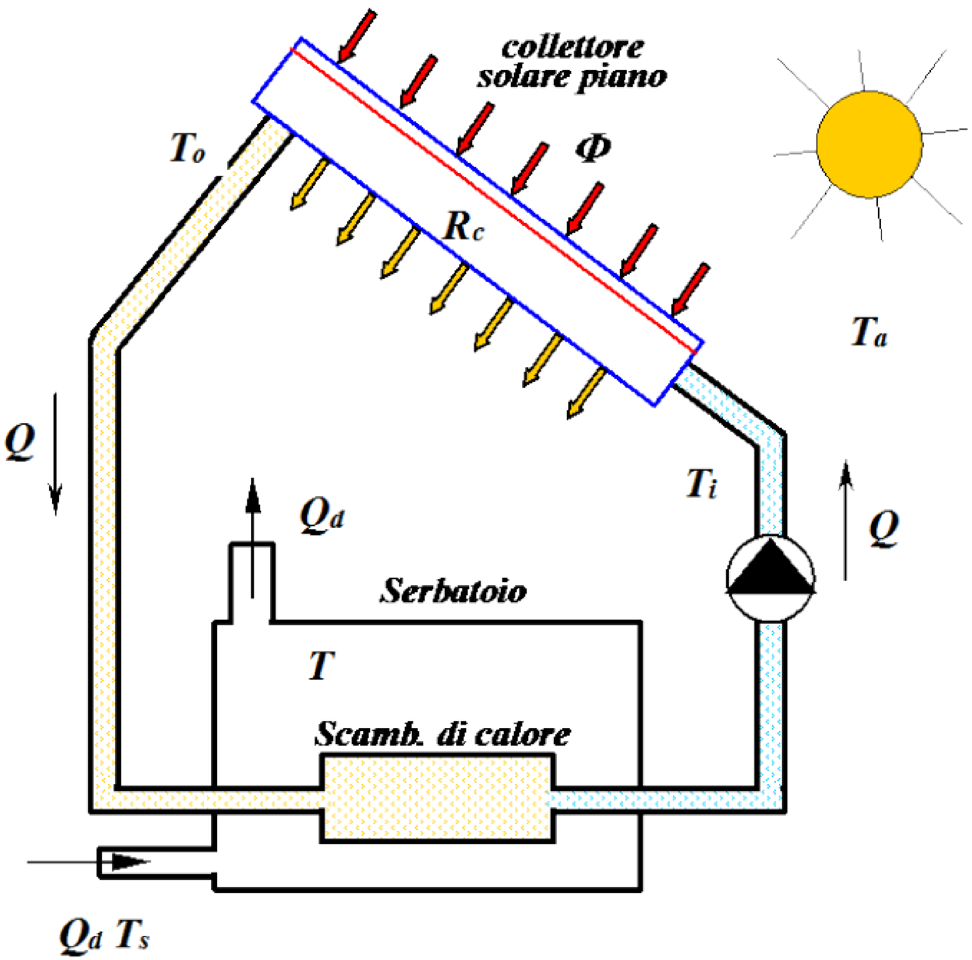
$$\mathrm{m_a c_a} \frac{dT_a(t)}{dt} = c_a w_a(t) \left(T_{a,IN} - T_a(t) \right) + \frac{1}{R_{ba}} \cdot \frac{\left(T_{b,IN} - T_a \right) - \left(T_b(t) - T_{a_{IN}}(t) \right)}{\ln \frac{\left(T_{b,IN} - T_a(t) \right)}{T_b(t) - T_{a,IN}}}$$

$$\mathrm{m_b c_b} \frac{dT_b(t)}{dt} = c_b w_b(t) \left(T_{b,IN} - T_b(t) \right) - \frac{1}{R_{ba}} \cdot \frac{\left(T_{b,IN} - T_a \right) - \left(T_b(t) - T_{a_{IN}}(t) \right)}{\ln((T_{b,IN} - T_a(t) \,/ (T_b(t) - T_{a,IN}))}$$

fluido A: fluido freddo

fluido B: fluido caldo

Collettore solare piano



Si consideri il sistema in figura che utilizza un collettore solare piano per il riscaldamento dell’acqua.

L'impianto si compone sostanzialmente di tre elementi: il serbatoio, il collettore solare e lo scambiatore di calore

Q, Q_d portate volumetriche

PCE applicato al serbatoio

Il volume V di acqua nel serbatoio si mantiene costante

$$\frac{dE_s(t)}{dt} = \rho_\mathrm{w} Q_d c_\mathrm{w} T_s + \rho_p Q\, c_p \mathrm{T}_0 - \rho_\mathrm{w} Q_d c_\mathrm{w} T - \rho_p Q\, c_p T_i$$

Potenze associate a portate fluide in ingresso

Potenze associate a portate fluide in uscita

ρ_w= densità dell'acqua

ρ_p= densità del fluido termovettore che circola nel collettore

c_w= calore specifico dell'acqua

c_p= calore specifico del fluido termovettore che circola nel collettore

$E_s(t) = c_\mathrm{w} \rho_\mathrm{w} \mathrm{V\ T(t)}$

ρ_wV =massa acqua nel serbatoio

Raccogliendo e riordinando si ottiene:

$$c_{\mathrm{w}}\rho_{\mathrm{w}}\mathrm{V}\frac{dT(t)}{dt} = -c_{\mathrm{w}}\rho_{\mathrm{w}}Q_d(T - T_s) + c_p\rho_pQ(T_o - T_i)$$

PCE applicato al collettore

$$\frac{dE_c(t)}{dt} = \rho_pQ\,c_p\mathrm{T_i} - \rho_pQ\,c_pT_o + Q_U$$

Potenza associata alla portata fluida in ingresso

Potenza associata alla portata fluida in uscita

$\mathrm{Q_u}$ = potenza associata alla radiazione solare captata dal collettore e ceduta al fluido termovettore al netto delle perdite dovute allo scambio termico con l'ambiente esterno

Formula di Hottel-Bliss-Whillier:

$$Q_U = A_c F_R \left[\Phi - \frac{T_i - T_a}{A_c R_c} \right]$$

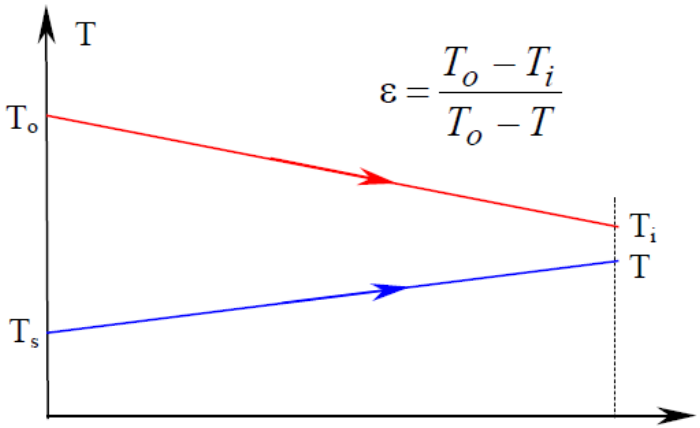
Φ è la radiazione solare assorbita dal collettore ed espressa come potenza per unità di superficie, A_c è la superficie del collettore, F_R è il **fattore di rimozione del calore** (valori tipici 0.8 $\div$ 0.95) ed R_c è la resistenza termica globale fra la piastra e l'aria.

$$E_c(t) = c_p \rho_p V_c T_0(t)$$

Sostituendo e riordinando:

$$c_p \rho_p V_c \frac{dT_0(t)}{dt} = c_p \rho_p Q (T_i - T_o) + A_c F_R \left[\Phi - \frac{T_i - T_a}{A_c R_c} \right]$$

Per caratterizzare lo scambiatore acqua – fluido termovettore ricorriamo alla relazione che ne esprime l'efficienza in stato stazionario



$$T_i = \mathrm{T_o}(1 - \varepsilon) + \varepsilon\, T$$

Acqua

Fluido termovettore

$\varepsilon = 1$ Caso limite ideale: la temperatura T dell'acqua nel serbatoio e la temperatura T_i del fluido termovettore all'uscita dallo scambiatore sono coincidenti. Nella realtà $T < T_i$

$$c_{\mathrm{w}}\rho_{\mathrm{w}}\mathrm{V}\frac{dT(t)}{dt} = -c_{\mathrm{w}}\rho_{\mathrm{w}}Q_d(T - T_s) + \; c_p\rho_p Q(T_o - T_i) \tag{1}$$

$$c_p\rho_p V_c\frac{dT_0(t)}{dt} = c_p\rho_p Q(T_i - T_o) + A_c F_R\left[\Phi - \frac{T_i - T_a}{A_c R_c}\right] \tag{2}$$

$$T_i = \mathrm{T_o}(1-\varepsilon) + \varepsilon\, T \tag{3}$$

L'equazione (2) è «ridondante» stante il fatto che il transitorio di adeguamento della temperatura del fluido nel collettore è molto più rapido rispetto a quello della temperatura dell'acqua nel serbatoio, molto più capiente, che pertanto «domina» il processo.

Possiamo quindi imporre lo stato stazionario per la (2), azzerandone il membro destro

$$c_p \rho_p V_c \frac{dT_0(t)}{dt} = c_p \rho_p Q(T_i - T_o) + A_c F_R \left[\Phi - \frac{T_i - T_a}{A_c R_c} \right] = 0$$

$$\Downarrow$$

$$A_c F_R \left[\Phi - \frac{T_i - T_a}{A_c R_c} \right] = c_p \rho_p Q(T_0 - T_i)$$

Il flusso di potenza termica netto in ingresso al serbatoio coincide pertanto istante per istante con la potenza captata dal collettore e ceduta al fluido termovettore al netto delle perdite

$$A_c F_R [\Phi - U_L (T_i - T_a)] = c_p \rho_p Q(T_0 - T_i) \qquad U_L = \frac{1}{A_c R_c} \qquad (4)$$

U_L = coefficiente di dispersione globale tra piastra e aria

Sviluppando la (4):

$$A_c F_R[\Phi - U_L(T_i - T_a)] = c_p \rho_p Q(T_0 - T_i)$$

$$\Downarrow$$

$$c_p \rho_p Q T_0 = c_p \rho_p Q T_i + A_c F_R\,\Phi - A_c F_R\,U_L\,T_i + A_c F_R\,U_L\,T_a$$

$$= \left[c_p \rho_p Q - A_c F_R\,U_L\right] T_i + A_c F_R\,\Phi + A_c F_R\,U_L\,T_a$$

$$\Downarrow \quad T_i = \mathrm{T_o}(1-\varepsilon) + \varepsilon\,T$$

$$\left[c_p \rho_p Q \varepsilon + A_c F_R\,U_L(1-\varepsilon)\right] T_0 = A_c F_R\,\Phi + \mathrm{T}\,\varepsilon\left[c_p \rho_p Q - A_c F_R\,U_L\right] + A_c F_R\,U_L \mathrm{T_a}$$

$$\Downarrow$$

$$T_0 = \frac{A_c F_R\,\Phi + \mathrm{T}\,\varepsilon\left[c_p \rho_p Q - A_c F_R\,U_L\right] + A_c F_R\,U_L \mathrm{T_a}}{c_p \rho_p Q \varepsilon + A_c F_R\,U_L(1-\varepsilon)} = f_0(T, \Phi, T_a, Q; \varepsilon)$$

Nella eq. (1)

$$c_{\mathrm{w}}\rho_{\mathrm{w}}\mathrm{V}\frac{dT(t)}{dt} = -c_{\mathrm{w}}\rho_{\mathrm{w}}Q_d(T - T_s) + \ c_p\rho_pQ(T_o - T_i)$$

Possiamo sostituire $(T_o - T_i) = \varepsilon(T_o - T)$

$$c_{\mathrm{w}}\rho_{\mathrm{w}}\mathrm{V}\frac{dT(t)}{dt} = -c_{\mathrm{w}}\rho_{\mathrm{w}}Q_d(T - T_s) + \ c_p\rho_pQ\varepsilon(T_o - T) \qquad (5)$$

Il modello dinamico finale del sistema è ottenuto dall'accoppiamento fra la equazione (5) e la relazione $T_0 = f_0(T, \Phi, T_a, Q; \varepsilon)$:

$$c_{\mathrm{w}}\rho_{\mathrm{w}}\mathrm{V}\frac{dT(t)}{dt} = -c_{\mathrm{w}}\rho_{\mathrm{w}}Q_d(T - T_s) + \ c_p\rho_pQ\varepsilon(T_o - T)$$

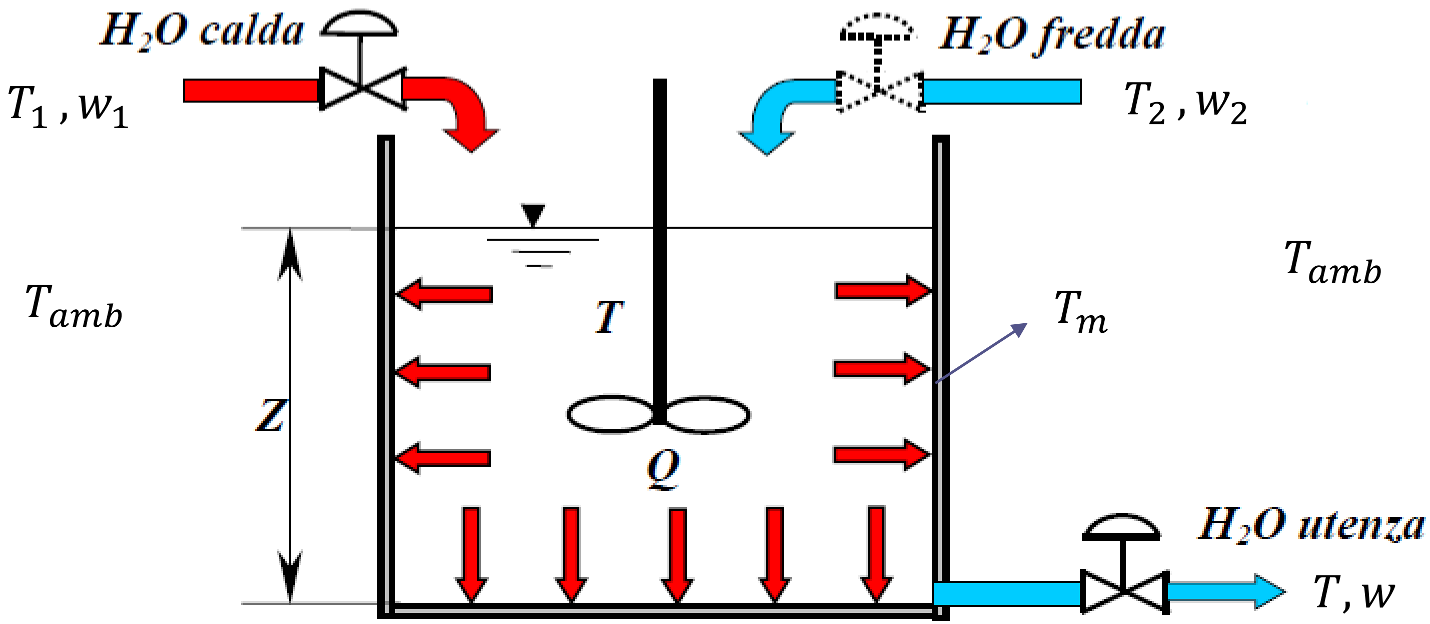
$$T_0 = f_0(T, \Phi, T_a, Q; \varepsilon)$$

Integrazione con una resistenza elettrica per sopperire alla carenza di una sufficiente radiazione solare

$$c_{\mathrm{w}}\rho_{\mathrm{w}}\mathrm{V}\frac{dT(t)}{dt} = -c_{\mathrm{w}}\rho_{\mathrm{w}}Q_d(T - T_s) + c_p\rho_p Q\varepsilon(T_o - T) + \mathrm{Q}_{aux}$$

$$T_0 = f_0(T, \Phi, T_a, Q; \varepsilon)$$

Miscelatore



Si consideri il sistema rappresentato in figura costituito da un serbatoio nel quale vengono miscelati due fluidi, uno caldo e uno freddo, realizzando uno scambio termico per convezione all'interno del miscelatore grazie anche all'azione continua dell'agitatore che permette di ottenere una temperatura della miscela uniforme

$$\rho\, C_V A\, z(t)\,\frac{dT(t)}{dt} = w_1(t)C_V\big(T_1 - T(t)\big) + w_2(t)C_V\big(T_2 - T(t)\big) - hPz(t)\,\big(T(t) - T_m(t)\big)$$

$$M_m\, C_{Vm}\,\frac{dT_m(t)}{dt} = hPz(t)\,\big(T(t) - T_m(t)\big) + \frac{\big(T_{amb}(t) - T_m(t)\big)}{R_{ma}}$$

$$\rho\, A\,\frac{dz(t)}{dt} = w_1(t) + w_2(t) - w(t)$$

Si desidera mantenere costante la temperatura T del fluido miscelato che viene inviato all'utenza e mantenere nel contempo costante il livello z nel serbatoio.

Si può ipotizzare di variare istante per istante la portata $w_1(t)$ del fluido caldo per regolare T, e di variare invece la portata $w_2(t)$ del fluido freddo per regolare z