

# Controlli automatici

Es. 03

Sistemi con ritardo e predittore di Smith

**Ing. Alessandro Pisano**  
**apisano@unica.it**

## Testo

Con riferimento al processo  $P(s) = \frac{0.05(s+3)}{(s+1)(s+2)(s+4)} e^{-8s}$  si progetti un sistema di controllo a ciclo chiuso in grado di garantire la precisione statica, la reiezione di un disturbo costante, ed una risposta a ciclo chiuso ad un set point costante caratterizzata da una sovraelongazione inferiore al 5%.

S1 precisione statica

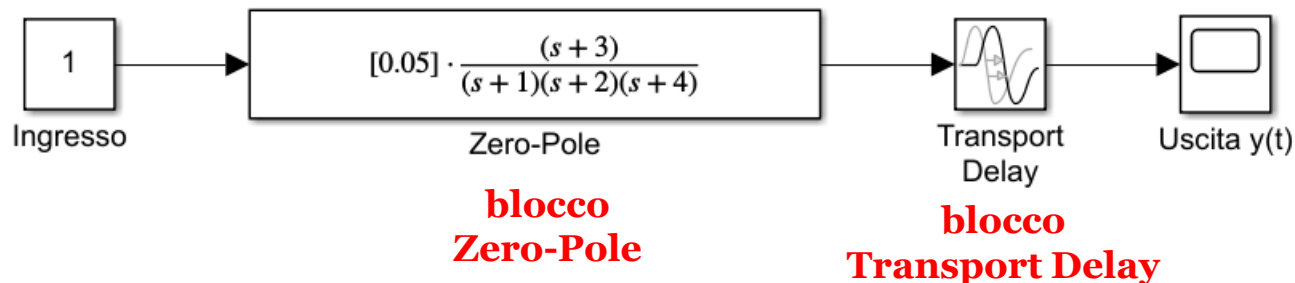
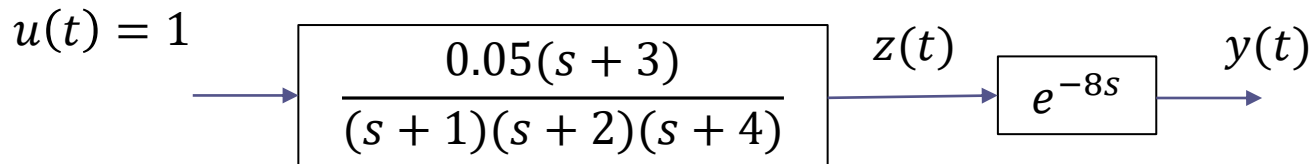
S2 reiezione di un disturbo costante

S3 sovraelongazione inferiore al 5%

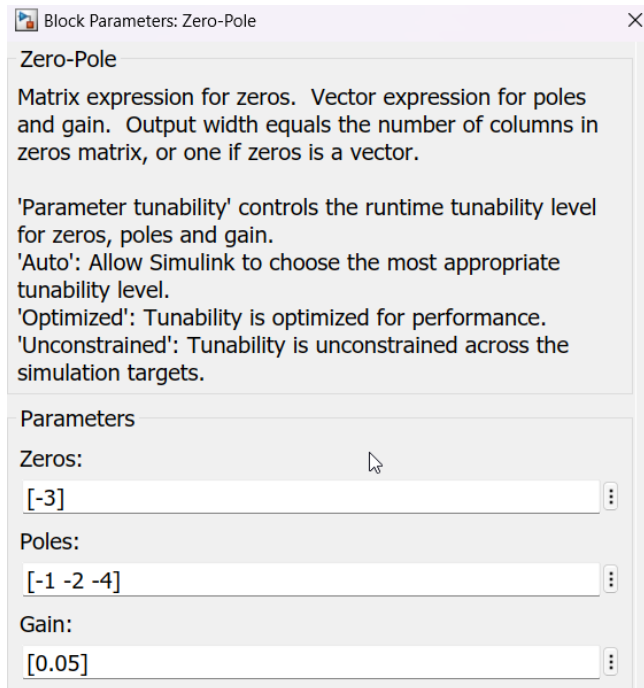
Realizziamo in primis il modello Simulink del processo  $P(s)$  a ciclo aperto

La modellazione Simulink di un processo contenente un ritardo puo essere realizzata **ponendo in cascata la parte algebrica del processo** (che in questo caso modelliamo per convenienza con un blocco «Zero-Pole) **con un ritardo puro** (da modellarsi con un blocco «Transport Delay»)

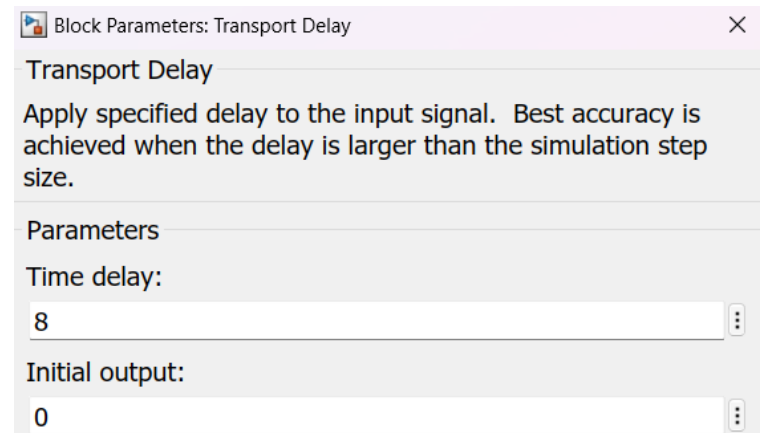
$$P(s) = \frac{0.05(s+3)}{(s+1)(s+2)(s+4)} e^{-8s}$$



## Parametrizzazione del blocco Zero-Pole



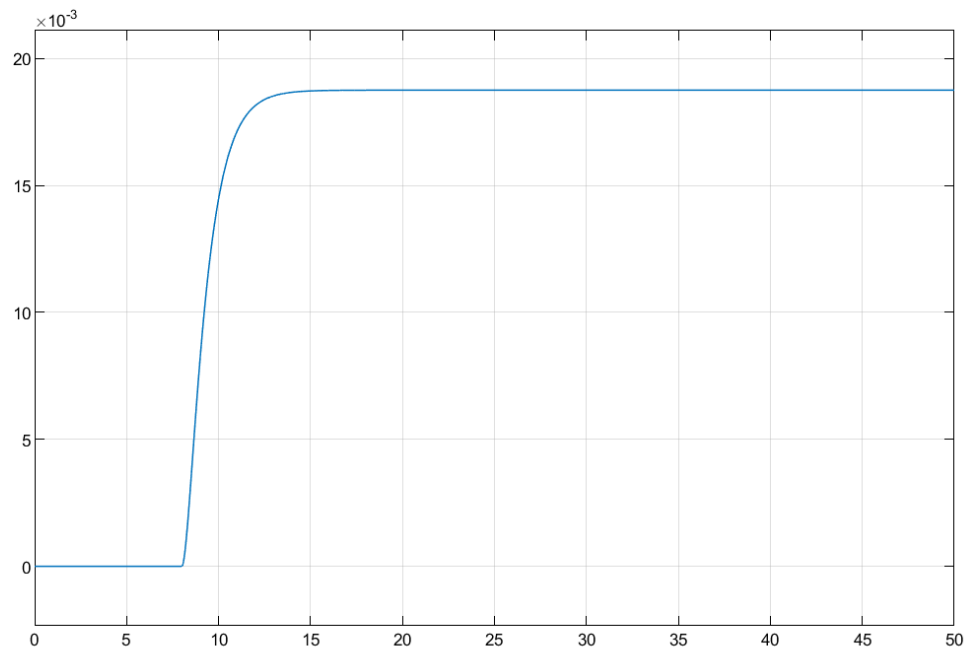
## Parametrizzazione del blocco Transport Delay



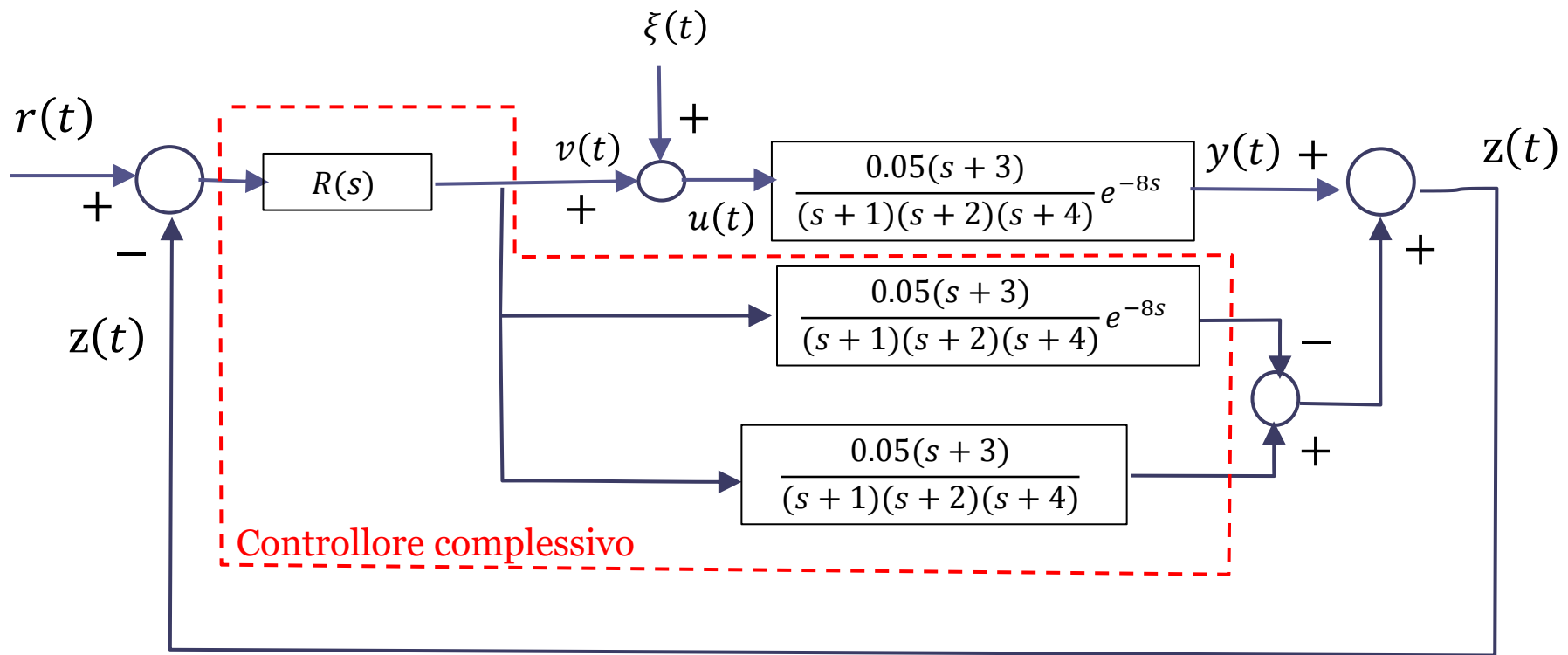
Poiché il processo  $P(s)$  è asintoticamente stabile, il valore di regime della sua risposta al gradino unitario coincide con il guadagno statico del processo.

$$y_{\infty} = \mu = P(0) = \frac{0.05 \cdot 3}{2 \cdot 4} = 0.018$$

L'andamento transitorio sarà monotono crescente, ovviamente con un intervallo iniziale di durata 8 secondi nel quale l'uscita resta pari a zero.



Dato il valore molto elevato del ritardo  $\delta$  in relazione alle costanti di tempo del processo questo risulta essere «**dominato dal ritardo**» ed è opportuno utilizzare una architettura di controllo basata sul predittore di Smith, di seguito schematizzato in maniera lievemente difforme a quanto fatto fino ad ora.

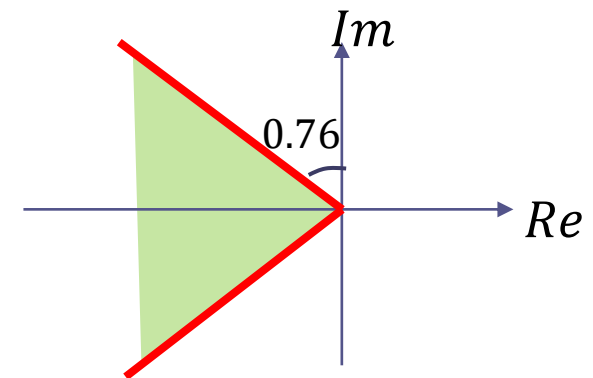


- S1 precisione statica
- S2 reiezione di un disturbo costante
- S3 sovraelongazione inferiore al 5%

Il soddisfacimento delle specifiche S1 ed S2 implica la realizzazione di un sistema di controllo di tipo 1 con il **polo nell'origine nel regolatore**. La specifica S3 induce una regione ammissibile già valutata esplicitamente in precedenti esercizi

$$S_{\%} \leq 5 \quad \Rightarrow \quad \xi \geq 0.69$$

$$\beta \geq \beta^* = \tan^{-1} \left\{ -\frac{1}{\pi} \ln \frac{S^*}{100} \right\} = 0.76 \text{ rad}$$

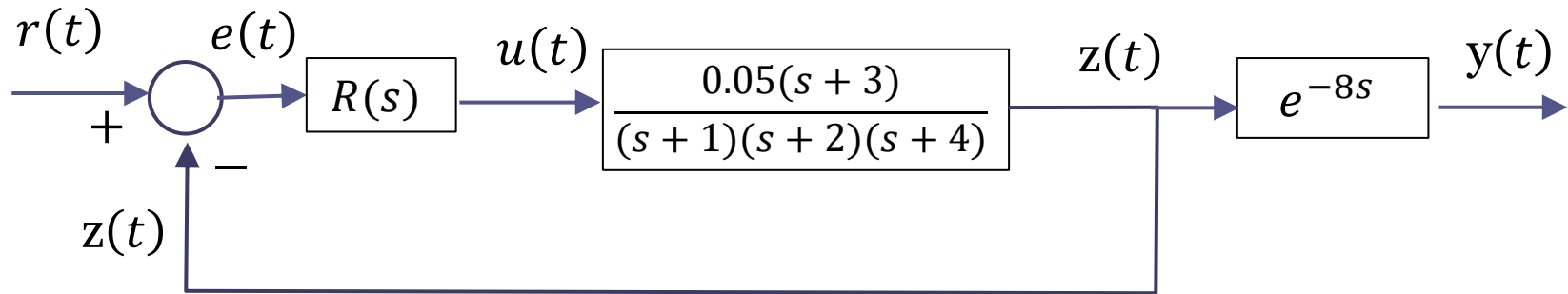


Poniamo a confronto i risultati ottenibili con due diversi regolatori:

$$R_1(s) = \frac{K_{R1}}{s} \quad R_2(s) = K_{R1} \frac{s+1}{s}$$

$R_2(s)$  cancella con il proprio zero il polo del processo collocato più a bassa frequenza. Ci attendiamo prestazioni significativamente migliori rispetto al regolatore  $R_1(s)$

Per il progetto del regolatore facciamo riferimento allo **schema equivalente**



Analizziamo la scelta del regolatore  $R_1(s)$  (regolatore integrale)

$$R(s) = R_1(s) = \frac{K_{R1}}{s} \qquad u(t) = K_{R1} \int_0^t e(\tau) d\tau$$

Tracciamo il LdR

$$L(s) = \frac{0.05(s+3)}{s(s+1)(s+2)(s+4)}$$

Dopo averne impostato il tracciamento a mano, utilizziamo Matlab per la costruzione e l'analisi del LdR

$$L(s) = \frac{0.05(s + 3)}{s(s + 1)(s + 2)(s + 4)}$$

## Sintassi basica

```
numL=0.05*[1 3];
denL=poly([0 -1 -2 -4]);
rlocus(numL,denL)
```

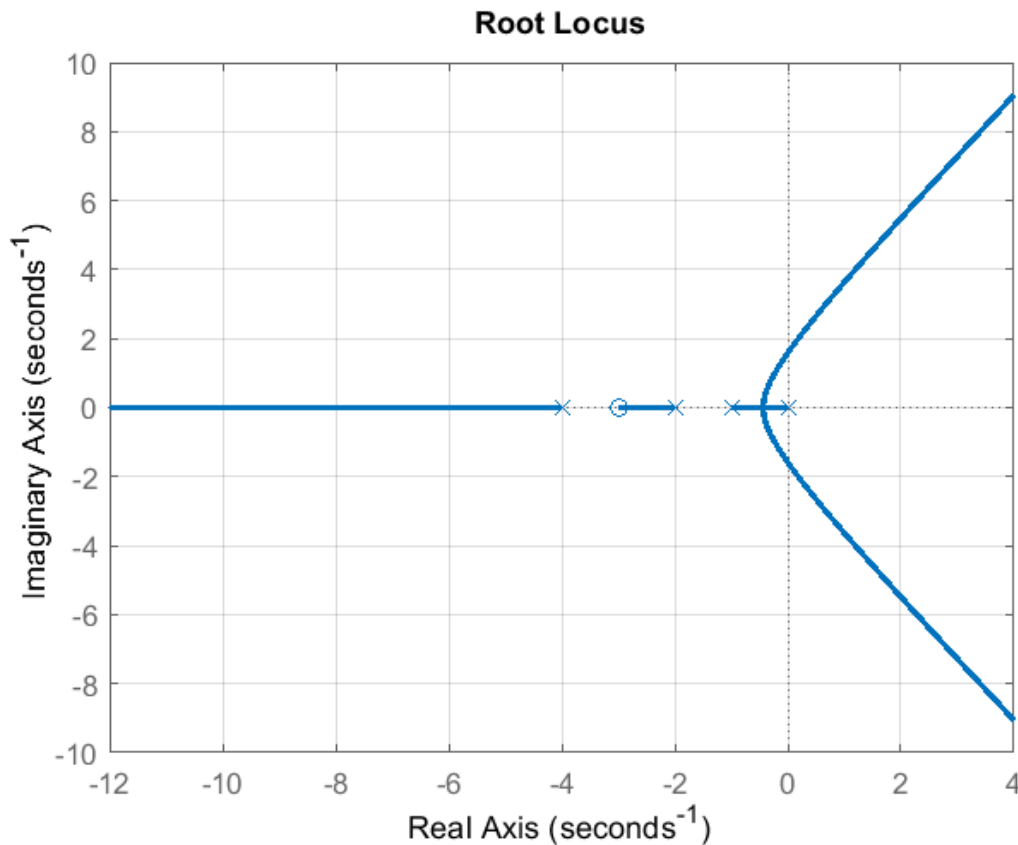
## Sintassi alternativa

```
s = tf('s');
L = 0.05*(s+3)/(s*(s+1)*(s+2)*(s+4));
rlocus(L)
```

I codici Matlab associati alla presente esercitazione sono presenti nello Script

Es03\_script.m

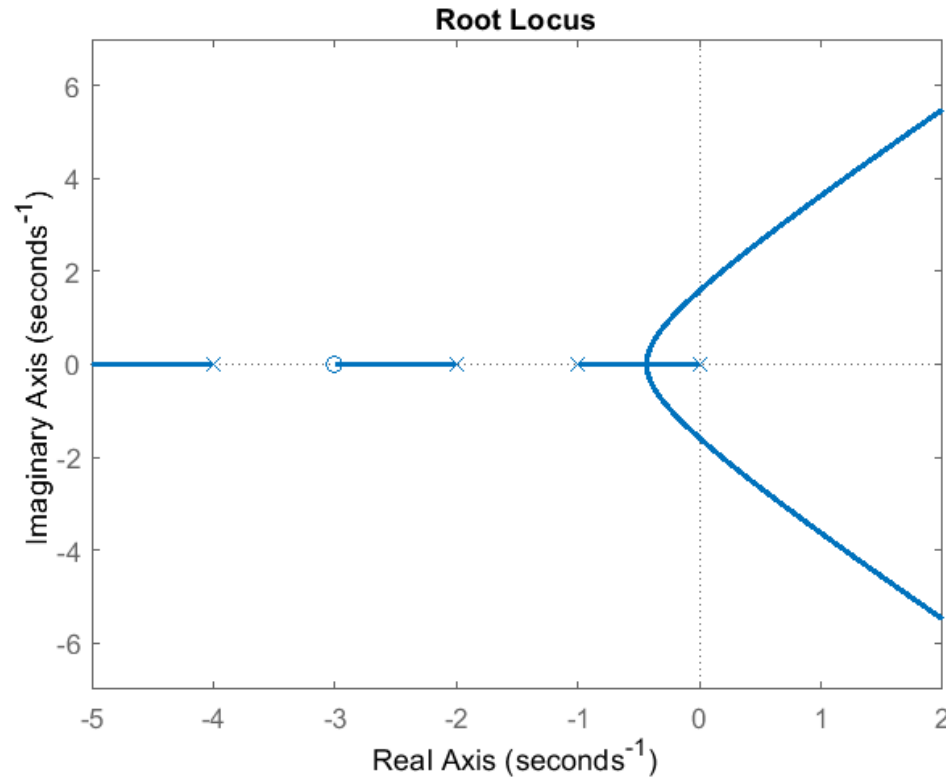
$$L(s) = \frac{0.05(s + 3)}{s(s + 1)(s + 2)(s + 4)}$$



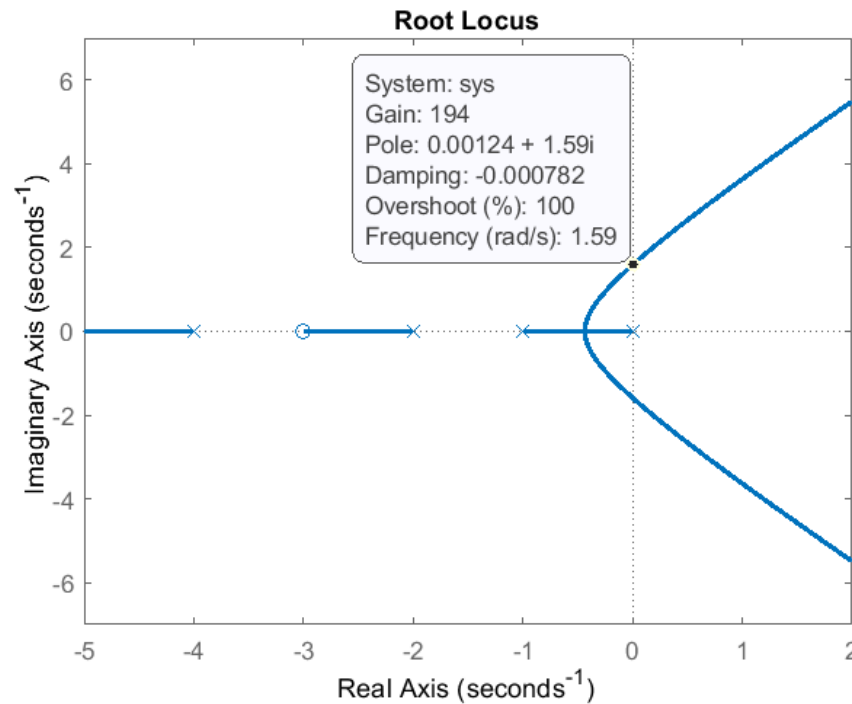
La rappresentazione grafica dei poli e dei zeri della  $L(s)$  è analoga a quella impiegata a lezione.

Il LdR ha 4 rami, due dei quali convergono nel semipiano destro per valori di  $K_R$  superiori ad un valore critico.

Facciamo uno zoom del LdR



Cliccando con il mouse su un punto dei rami del luogo compare una finestra che mostra il valore del guadagno associato a tale punto, la posizione del polo, e i valori di smorzamento (Damping) e sovraelongazione (Overshoot) corrispondenti.

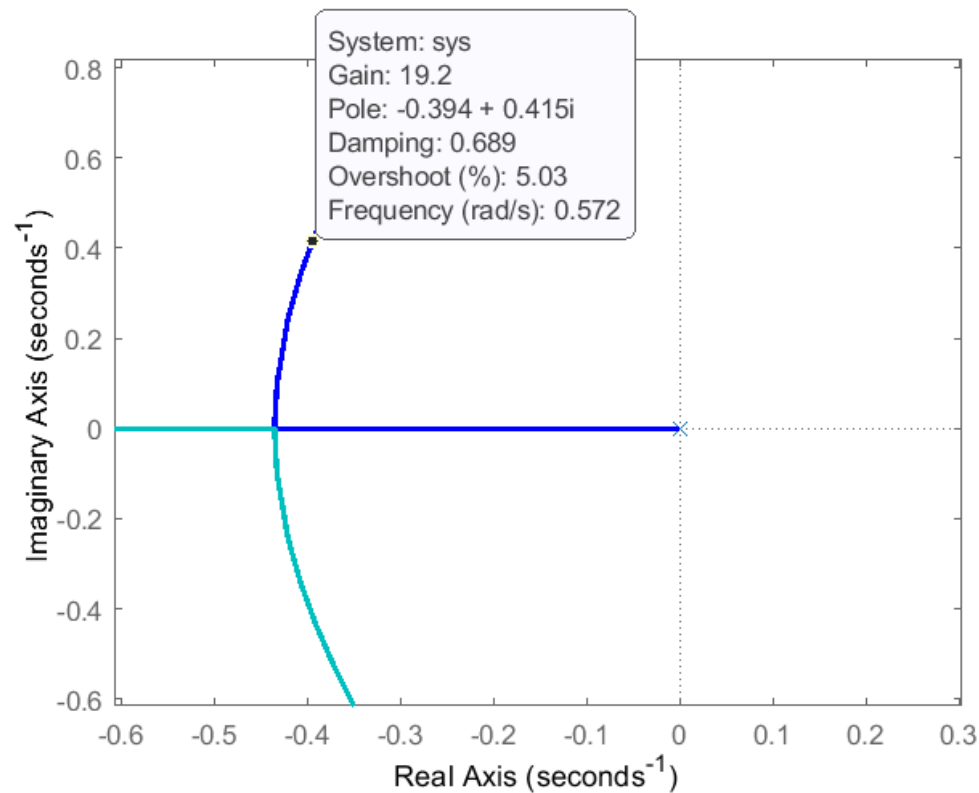


Selezioniamo il punto in corrispondenza del quale i rami attraversano l'asse immaginario

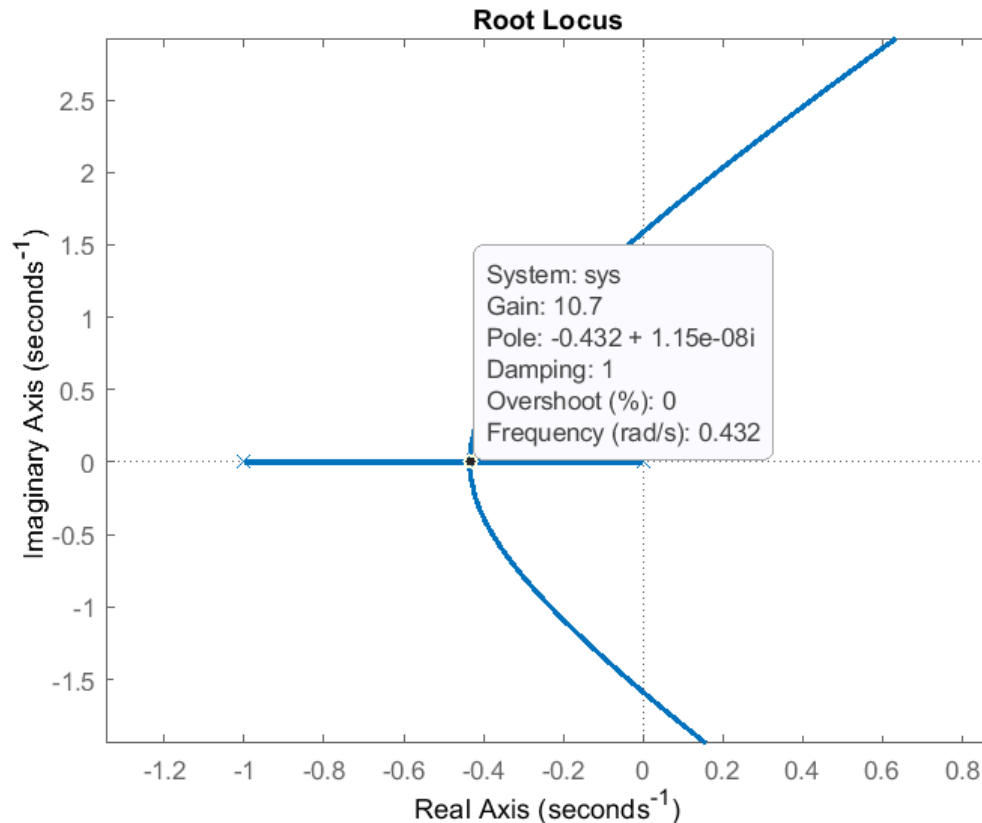
Il **valore critico del guadagno** oltre il quale il sistema di controllo diventa instabile è pari a circa **194**.

Tale valore può essere determinato esattamente per via analitica applicando il criterio di Routh-Hurwitz al polinomio caratteristico (farlo per esercizio)

$$P_{car}(s) = s(s + 1)(s + 2)(s + 4) + 0.05K_{R1}(s + 3)$$



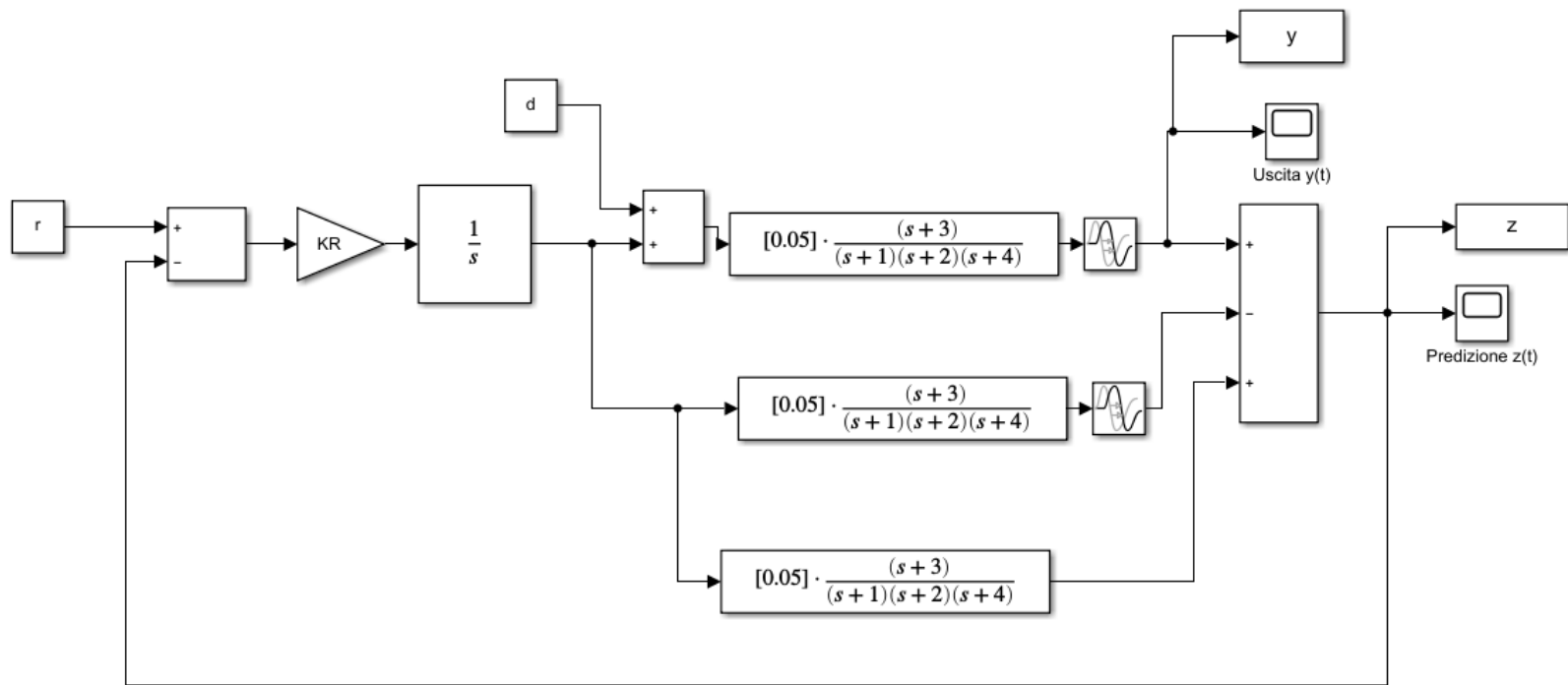
Operando un ulteriore zoom possiamo andare a ricercare il valore del guadagno in corrispondenza del quale lo smorzamento della coppia di poli complessi coniugati vale 0.69, e la sovraelongazione è quindi pari al 5% come da specifica. Tale valore di guadagno è pari a poco meno di 19.2.



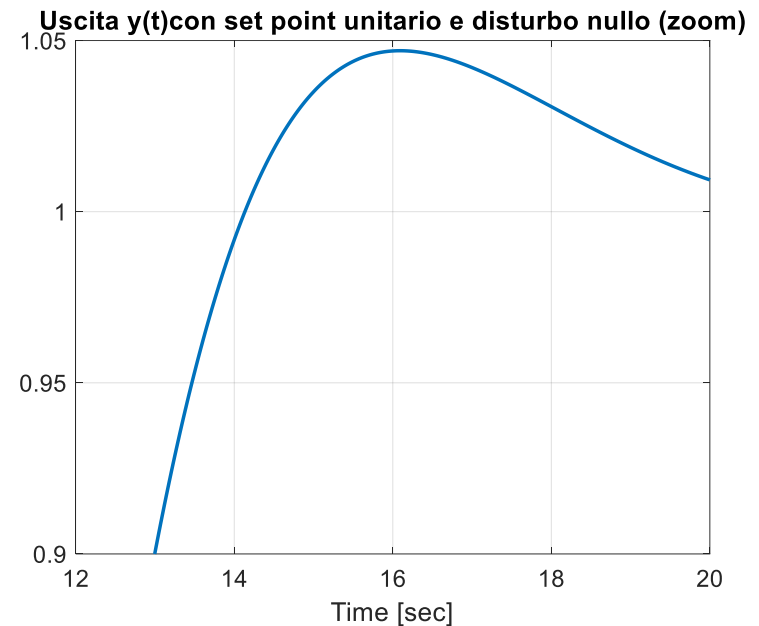
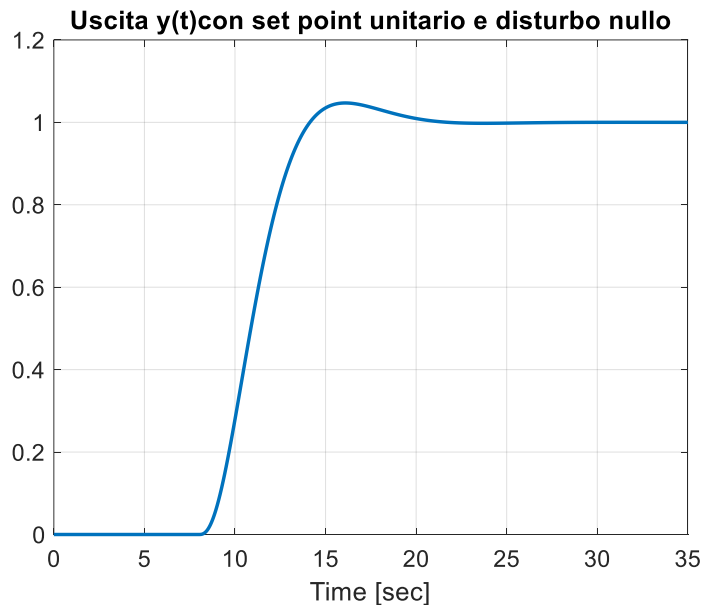
Il **valore di guadagno associato al punto doppio** è pari a circa 10.7. Valori di guadagno inferiori a tale soglia danno luogo ad una risposta al gradino a ciclo chiuso monotona crescente con sovraelongazione nulla.

Soddisfa pertanto le 3 specifiche del problema la seguente famiglia di regolatori di tipo **integrale**

$$R_1(s) = \frac{K_{R1}}{s} \quad 0 < K_{R1} < 19.1$$



Scegliamo per il guadagno il valore  $K_{R1} = 19$  e visualizziamo la risposta conseguente alla applicazione di un set point unitario in assenza di disturbo



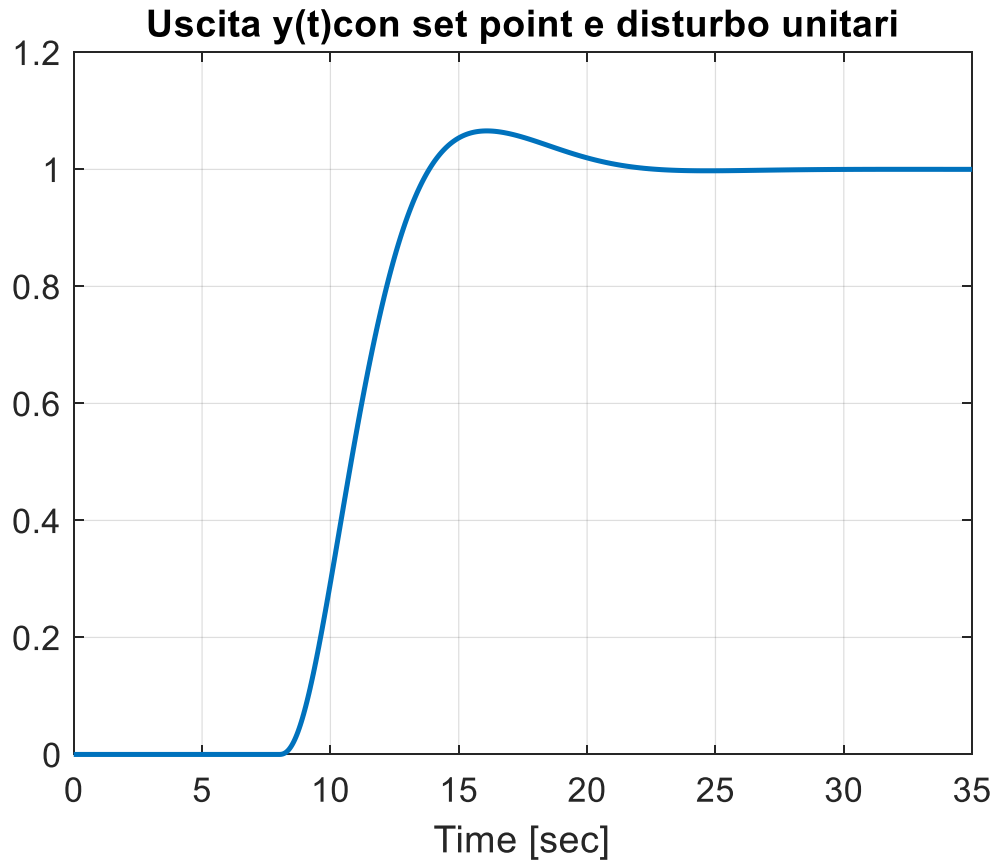
S1 precisione statica



S3 sovraelongazione inferiore al 5%



Ora visualizziamo la risposta conseguente alla applicazione simultanea di un set point e di un disturbo costanti entrambi di ampiezza unitaria.



Si è ottenuto un **tempo di assestamento** della risposta dell'ordine dei 22 secondi.

S2 reiezione di un disturbo costante



Ora analizziamo la scelta del regolatore  $R_2(s)$  (regolatore proporzionale-integrale)

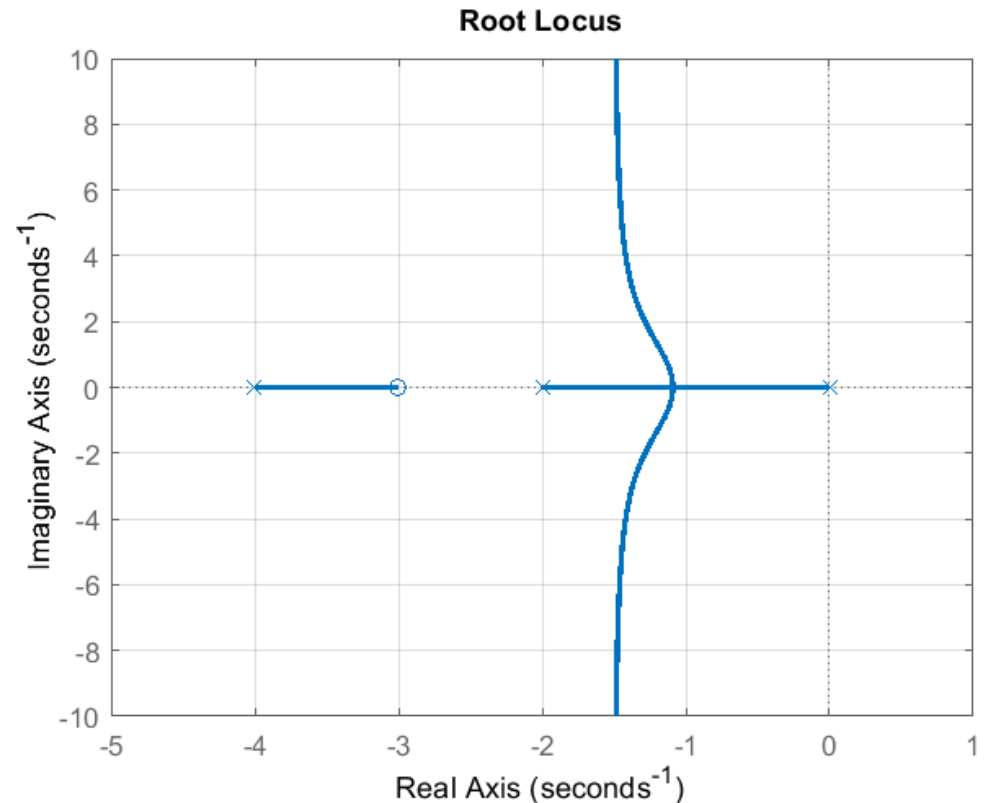
$$R(s) = R_2(s) = \frac{K_{R2}(s + 1)}{s}$$

Tracciamo il LdR

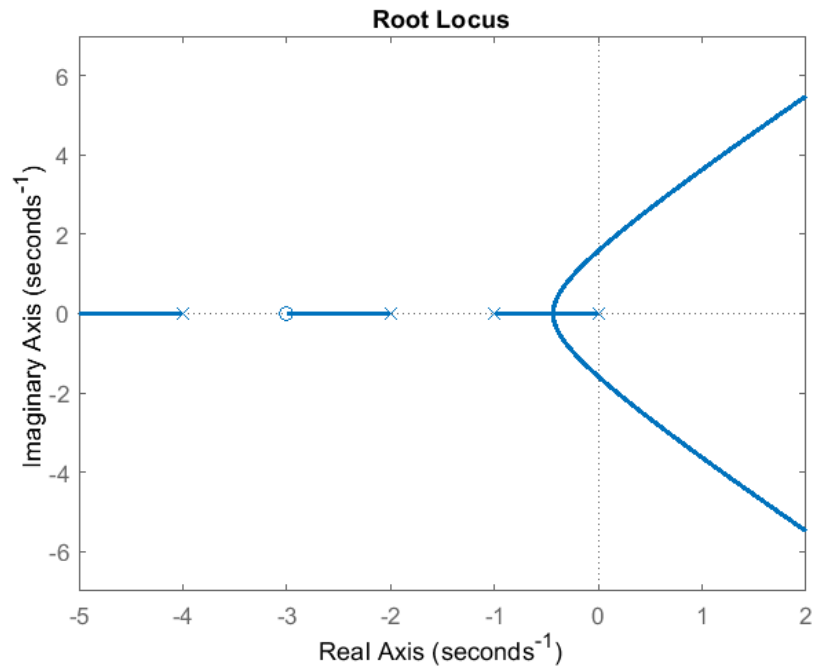
$$L(s) = \frac{0.05(s + 3)}{s(s + 2)(s + 4)}$$

```
s = tf('s');  
L = 0.05*(s+3)/(s*(s+2)*(s+4));  
rlocus(L), grid
```

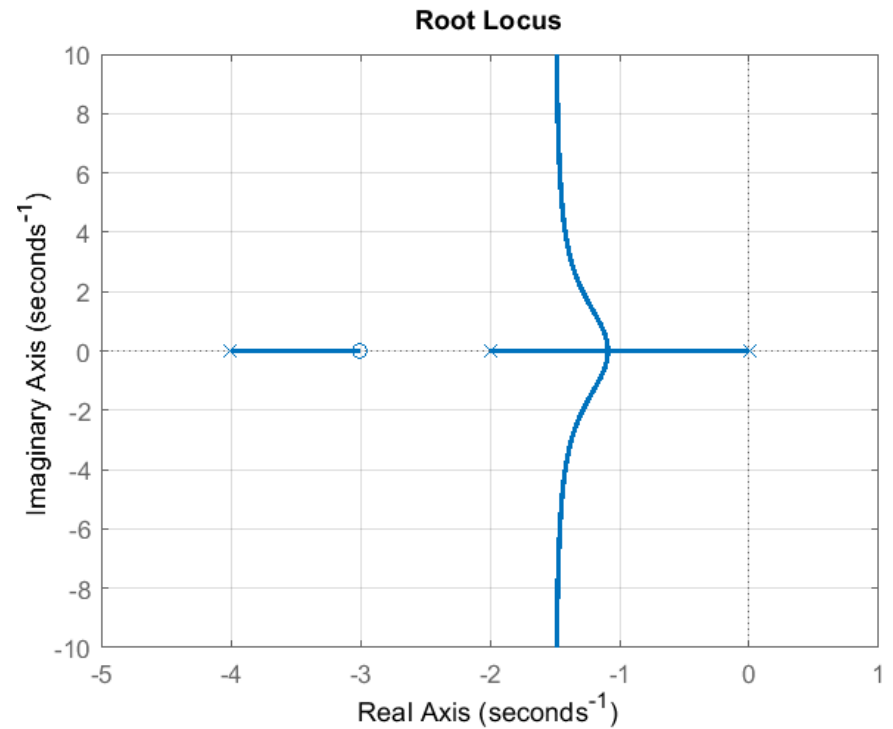
Sistema di controllo  
asintoticamente stabile a  
ciclo chiuso per qualunque  
valore di  $K_R$

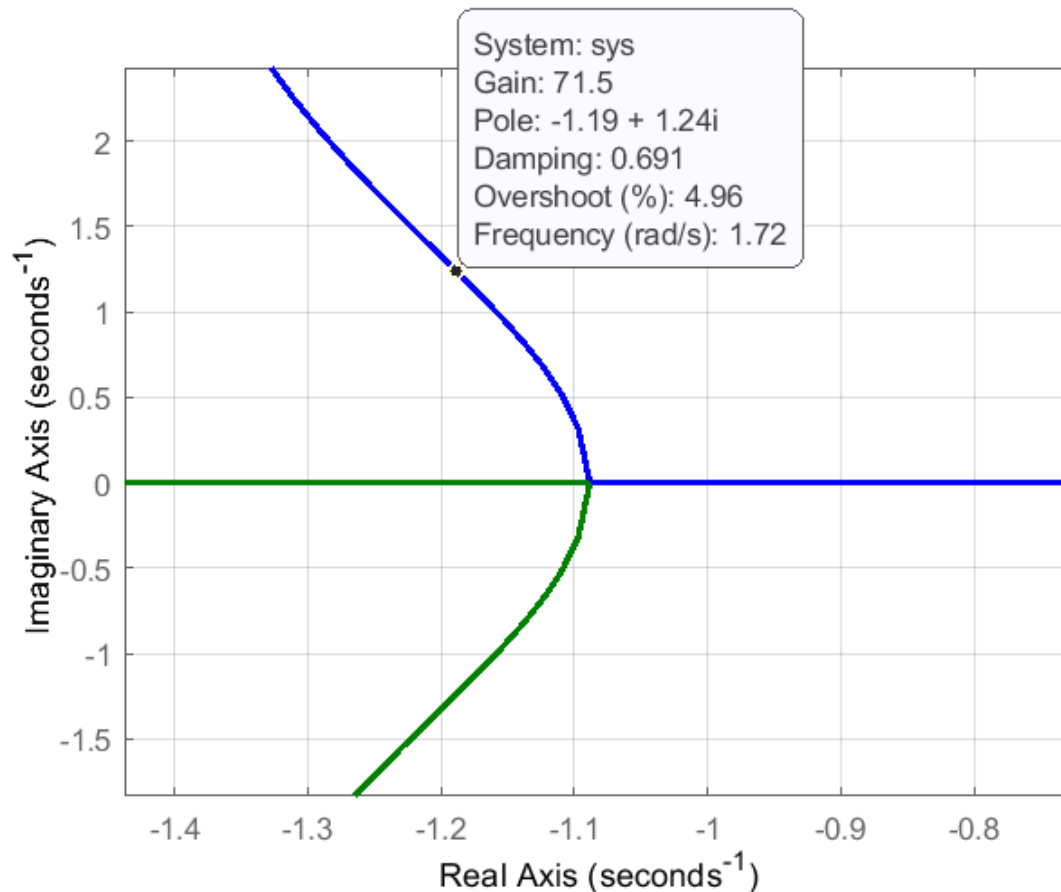


Con regolatore  $R_1(s)$



Con regolatore  $R_2(s)$

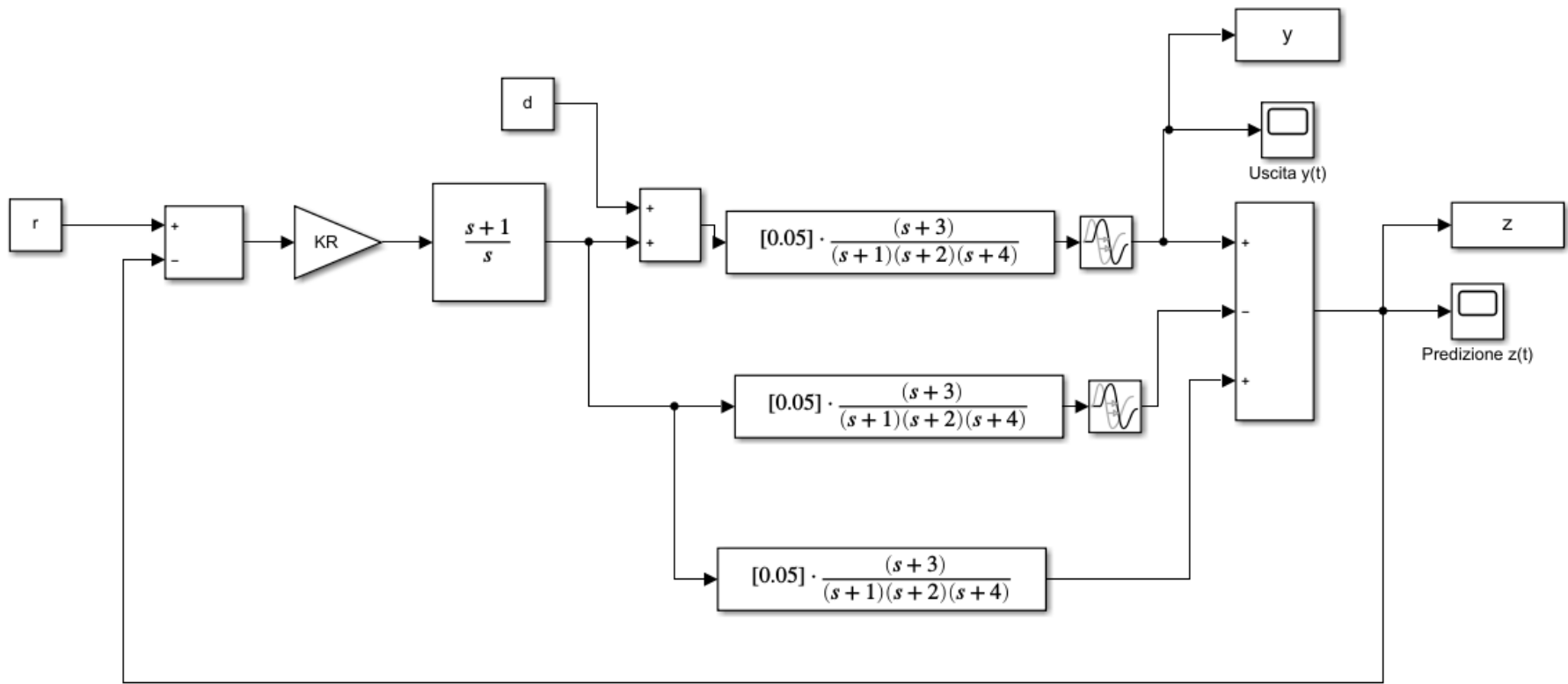




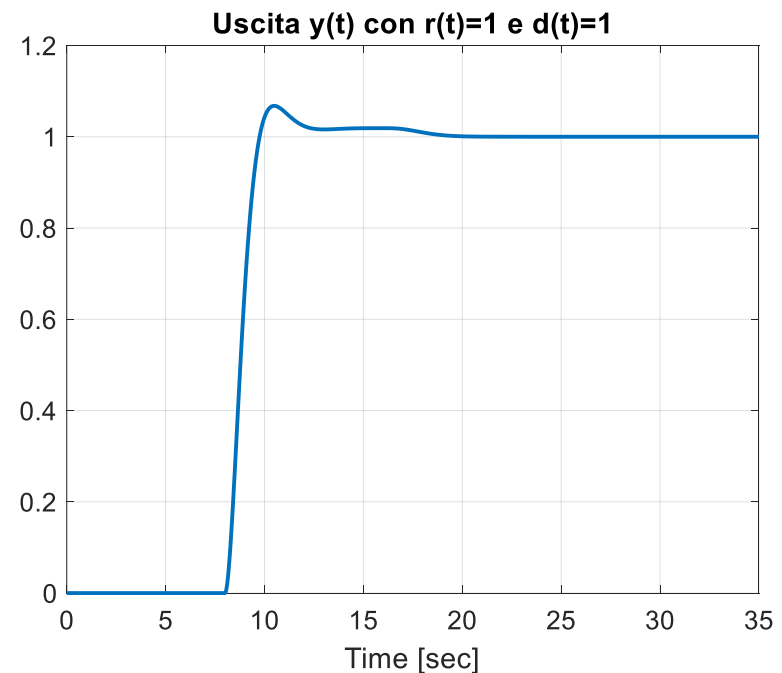
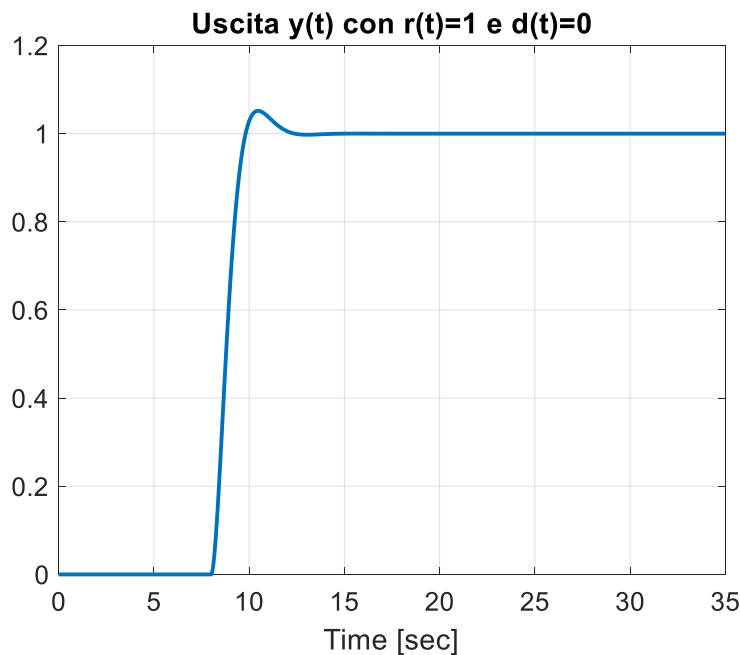
Come fatto in precedenza, ricerchiamo il valore del guadagno in corrispondenza del quale lo smorzamento della coppia di poli complessi coniugati vale 0.69, e la sovraelongazione è pari al 5%. Tale valore di guadagno è pari a poco più di **71.5**

Soddisfa pertanto le 3 specifiche del problema la seguente famiglia di regolatori

$$R_2(s) = \frac{K_{2R}(s + 1)}{s} \quad 0 < K_{2R} < 71.6$$



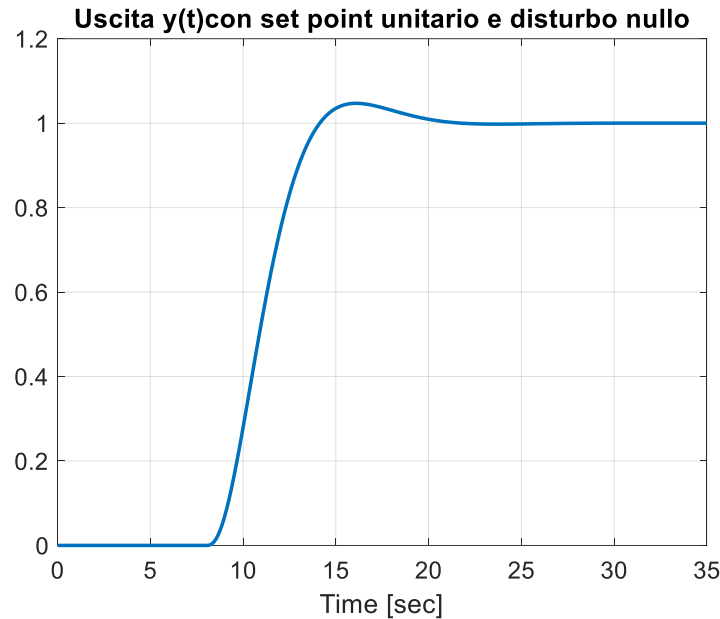
Scegliamo per il guadagno il valore  $K_R = 70$  e visualizziamo le risposta conseguente alla applicazione di un set point unitario in assenza di disturbo (figura a sinistra) e inseriamo successivamente anche un disturbo costante che agisce in simultanea (figura a destra)



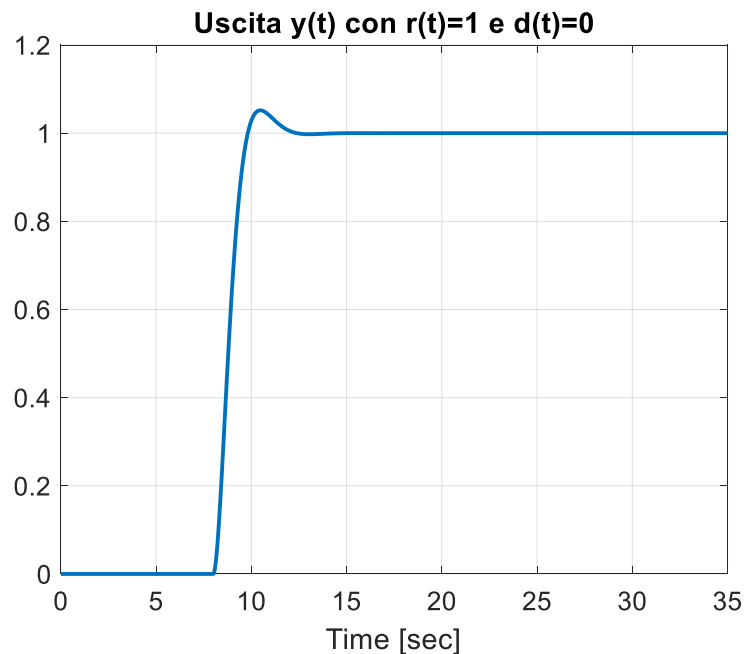
- S1 precisione statica
- S2 reiezione di un disturbo costante
- S3 sovraelongazione inferiore al 5%



$$R_1(s) = \frac{19}{s}$$

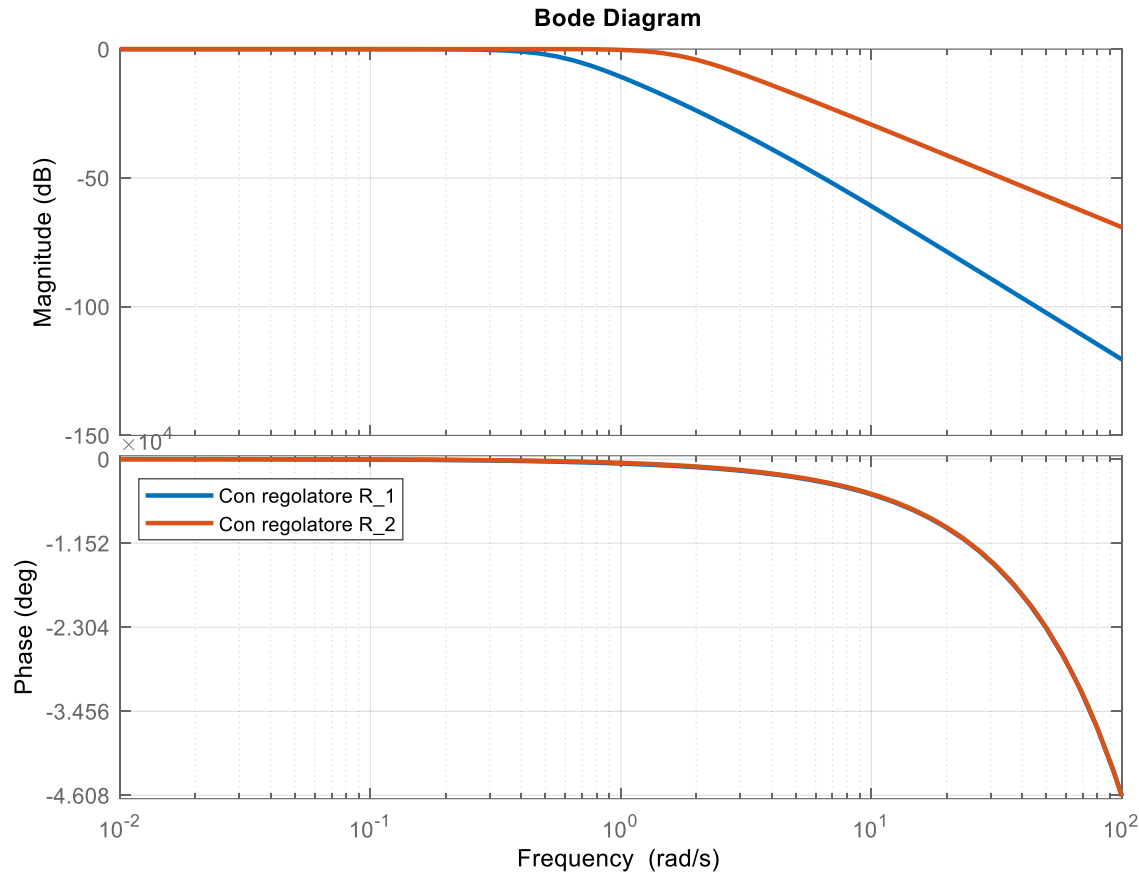


$$R_2(s) = \frac{70(s + 1)}{s}$$



Utilizzando il regolatore proporzionale-integrale  $R_2(s)$  la risposta a ciclo chiuso esibisce un **transitorio nettamente più rapido** rispetto all'impiego del regolatore integrale  $R_1(s)$

## Confronto fra le bande passanti a ciclo chiuso nei due casi



Diagrammi di Bode delle FdT a ciclo chiuso fra set point e uscita nei due casi

La banda passante ottenuta impiegando il regolatore PI  $R_2(s)$  è circa 10 volte superiore

## Task addizionali

Indagare le prestazioni di un sistema di controllo **a loop singolo** per il medesimo processo  $P(s) = \frac{0.05(s+3)}{(s+1)(s+2)(s+4)} e^{-8s}$ , che quindi **non utilizzi** l'architettura predittore di Smith

Q1 Con riferimento ai seguenti controllori

$$R_1(s) = \frac{K_{R1}}{s} \qquad R_2(s) = \frac{K_{R2}(s + 1)}{s}$$

si valuti il guadagno critico, e si consideri il controllore avente come valore del guadagno la metà del valore critico. Si valuti sulla carta nei due casi il valore di regime dell'uscita relativo a set-point e disturbo entrambi unitari, e si verifichino mediante simulazione dinamica i risultati ottenuti.

Q2 Si valuti successivamente, sempre con riferimento ai controllori  $R_1(s)$  ed  $R_2(s)$  particolarizzati con la metà del rispettivo guadagno critico, il valore dei rispettivi ritardi critici.

## Soluzioni

Q1

$$\text{Controllore } R_1(s) = \frac{K_{R1}}{s}$$

$$\text{guadagno critico: } K_{R1,cr} = 9.05$$

$$\text{Controllore } R_2(s) = \frac{K_{R2}(s+1)}{s}$$

$$\text{guadagno critico: } K_{R2,cr} = 9.98$$

Q2

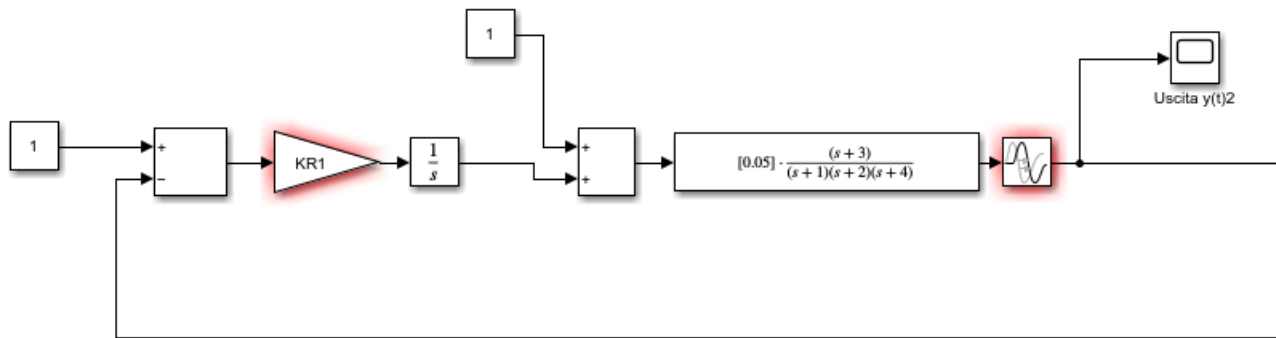
$$\text{Controllore } R_1(s) = \frac{0.5 K_{R1,cr}}{s}$$

$$\text{ritardo critico: } \delta_{cr1} = 17.17$$

$$\text{Controllore } R_2(s) = \frac{0.5 K_{R2,cr}(s+1)}{s}$$

$$\text{ritardo critico: } \delta_{cr2} = 16.37$$

Prima di eseguire la simulazione attribuire un valore a  
KR1 e delta



Prima di eseguire la simulazione attribuire un valore a KR2 e delta

