

Logica e Filosofia della Scienza

Docente: Prof. Giuseppe Sergioli (giuseppe.sergioli@gmail.com)

La formalizzazione fine dei linguaggi naturali

La formalizzazione fine

Come sappiamo, gli enunciati sono configurazioni linguistiche per le quali ha senso chiedersi se siano vere oppure false.

Per configurazioni linguistiche si intende una classe di espressioni che appartiene al linguaggio naturale. Fino a ora, abbiamo visto come associare, in modo generico, dei simboli (le lettere dell'alfabeto greco $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ agli enunciati e come comporre gli enunciati mediante i **connettivi**.

Abbiamo introdotto gli **enunciati semplici** e quelli composti, ma non abbiamo ancora esaminato la **struttura interna degli enunciati semplici**.

È quello che faremo con la **formalizzazione fine** degli enunciati.

All'interno di un enunciato semplice è infatti possibile individuare **tre diverse componenti linguistiche**, in base a ciò che esse designano:

- le **costanti individuali** (o **nomi**), che designano *individui* in modo diretto;
- i **predicati**, che designano relazioni tra individui;
- i **funtori**, che designano *funzioni (operazioni)* tra individui.

Si ricorda che, con il termine *individuo* si intende non solo una persona, ma un qualsiasi oggetto!

Consideriamo i seguenti enunciati:

1. Giove è un **pianeta**;
2. *il successore di* due **è minore** di quattro;
 - I termini sottolineati (Giove, due, quattro) rappresentano **costanti individuali (nomi)**;
 - l'espressioni in grassetto (**essere un pianeta**, **essere minore di**) rappresentano **predicati**;
 - il termine in corsivo (*il successore di*) rappresenta un **funttore**.


La formalizzazione fine: le costanti individuali (nomi)

Le **costanti individuali** designano individui in **modo diretto**, cioè indicandoli mediante un **nome proprio**.

Esempi di costanti individuali sono: Antonio, Fido, New York, Giove.

Formalmente, le costanti individuali vengono espresse mediante l'utilizzo di **lettere minuscole**: a, b, c, \dots

Per esempio, al nome “Giove” possiamo associare la lettera g , al nome “New York” la lettera y ,...

 **A due individui distinti non può essere attribuita la stessa costante individuale.**

Per esempio, se nello stesso enunciato compaiono gli individui “acqua” e “Andrea”, si dovranno usare due nomi diversi (per esempio, a per “acqua” e c per “Andrea”).

La formalizzazione fine: i predicati

I predicati designano **proprietà di individui** o **relazioni tra gli individui**.

Esempi di predicati: “Mangia”, “Guarda”, “essere amici di”, “essere compreso tra”.

Formalmente, i predicati vengono espressi mediante l'utilizzo di **lettere maiuscole** seguite da un apice che ne indica **l'arietà**, e vengono posti all'inizio dell'enunciato formalizzato. L'**arietà** indica il numero di individui che il predicato mette in relazione.

I predicati dell'esempio di cui sopra possono essere formalizzati nel modo seguente:

$$M^1, G^1, A^2, C^3$$

La formalizzazione fine: i predicati

Gli individui coinvolti nel predicato possono essere designati in **maniera diretta** (costanti individuali o nomi propri, come appena visto) o **indiretta** (è il caso dei *funtori* che verranno descritti a breve).

Se un predicato ha arietà pari a

- **uno** (esempio, “essere buono”), si dirà essere un **predicato unario**;
- **due**, gli individui messi in relazione dal predicato sono due (per esempio “essere amico di”), si dirà essere un **predicato binario**.

In generale, se un predicato ha arietà pari a n , si dirà essere un **predicato n-ario**.

La formalizzazione fine: i predicati

Predicati

arietà = 1  **proprietà**

[esempio: essere buono]

arietà = 2  **relazioni binarie**

[esempio: essere amico di]

arietà = 3  **relazioni ternarie**

[esempio: essere compreso fra]



La formalizzazione fine: i predicati

Supponiamo di avere un predicato n -ario P^n e supponiamo che gli n individui messi in relazione dal predicato siano designati mediante costanti individuali.

- ✓ Nell'enunciato formalizzato, gli individui:
 - vengono **separati da virgole**;
 - vengono **racchiusi tra parentesi tonde**;
 - vengono **posti dopo il relativo predicato**.

La formalizzazione fine: i predicati

Esempi:

1. **Mario è buono** \leftrightarrow $B^1(m)$

(“essere buono” è un predicato unario (B^1) e m è il nome che designa Mario.)

2. La **luna è un gas** \leftrightarrow $G^1(l)$

3. **Carlo telefona a Maria** \leftrightarrow $T^2(c, m)$

(“telefonare a” è un predicato binario (T^2) e c e m sono i nomi che designano, rispettivamente, Carlo e Maria.)

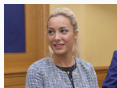
\triangle $T^2(c, m) \neq T^2(m, c)$

La formalizzazione fine: i **funtori**

I **funtori** designano **funzioni** o **operazioni su individui**.

L'applicazione di un funtore ad una costante denota ancora un individuo, ma stavolta in **maniera indiretta**

Per esempio, consideriamo la seguente immagine



m := Marta Fascina

l'attuale fidanzata di Silvio Berlusconi

La costante individuale m **denotata direttamente** l'individuo Marta Fascina.

Ma Marta Fascina può essere **denotata indirettamente** anche attraverso l'applicazione del **funtore** "l'attuale fidanzata di" alla costante individuale b , che denota direttamente l'individuo Silvio Berlusconi.

Formalmente, i **funtori** vengono espressi mediante **lettere minuscole** seguite da un apice che ne indica **l'arietà**, ossia il numero di nomi ai quali si applica.

I funtori, come i predicati, sono sempre seguiti da una coppia di parentesi che racchiude i simboli su cui il funtore opera; questi simboli possono essere tanto costanti individuali (nomi), quanto il risultato dell'applicazione di un funtore a dei nomi.

Come nel caso dei predicati, inoltre, è possibile trovare funtori unari, binari, ..., n -ari, in base al numero di nomi a cui sono applicati.

$$f^1, e^2, \dots, g^n$$

La formalizzazione fine: i **funtori**

Esempio 1.

Sia f^1 := l'attuale fidanzata di


l'attuale fidanzata di Silvio Berlusconi $\hookrightarrow f^1(b)$

Esempio 2.

“La somma di 2 e 4”

Sia s^2 il funtore (binario) “la somma di”; siano d e q i nomi assegnati, rispettivamente, a “2” e “4”

“La somma di 2 e 4” $\hookrightarrow s^2(d, q)$

 Mentre l'applicazione di un **predicato** a dei nomi dà sempre luogo a un **enunciato**, l'applicazione di un **funtore** a dei nomi non dà mai luogo a un enunciato.

Esempio 3.

Francesco **parla col** *cugino di* Antonello

- Costanti individuali:
f per Francesco; a per Antonello;
- Funtori:
 c^1 per il *il cugino di*;
- Predicati:
 P^2 per **parlare con** ;



$P^2(f, c^1(a))$

Esempio 4.

La differenza tra dieci e cinque è **maggiore** della somma tra cinque e tre

- Costanti individuali:
dieci (d), cinque (c), tre (t)
- Funtori:
la differenza tra (d^2), la somma di (s^2)
- Predicati:
essere maggiore di (M^2)



$$M^2(d^2(d, c), s^2(c, t))$$

Alcuni esempi di formalizzazione fine

Per formalizzare in modo fine gli enunciati composti, ci dovremmo avvalere naturalmente dei **connettivi**.

Esempio 5.

Il dentista di Giovanna cura la sorella di Alessandra a condizione che Alessandra non sia curata dal cardiologo di Giovanna

- Costanti individuali:

Giovanna (g), Alessandra (a)

- Funtori:

il dentista di (d^1), *il cardiologo di* (c^1), *la sorella di* (s^1)

- Predicati: **curare** (C^2)

↓

$$\neg(C^2(c^1(g), a)) \rightarrow C^2(d^1(g), s^1(a))$$

La formalizzazione corretta di un enunciato:

- non contiene conflitti fra i simboli;
- inizia con una lettera maiuscola che ne indica il **predicato** (o, nel caso di enunciati composti, il primo simbolo che appare nella formalizzazione deve essere la negazione);
- è tale ogni **predicato** è immediatamente seguito da un apice che ne indica l'arietà e da una parentesi tonda aperta;
- è tale che ogni *functore* è immediatamente seguito da un apice che ne indica l'arietà e da una parentesi tonda aperta;
- è tale che il numero di parentesi aperte deve corrispondere a quello delle parentesi chiuse;
- è tale che per ogni **predicato** e per ogni *functore*, il numero di individui designati da simboli presenti dentro la parentesi deve essere uguale al numero indicato dall'arietà;
- è tale all'interno delle parentesi possono trovarsi solo costanti o *functori*, mai predicati o connettivi.