CURRICULUM DELL'ATTIVITÀ DIDATTICA E SCIENTIFICA

FRANCESCO DEMONTIS
—
Dipartimento di Matematica ed Informatica
Università degli Studi di Cagliari
Via Ospedale 72, 09123 Cagliari
Web: https://unica.it/unica/page/it/francesco_demontis

Dati Anagrafici

Nato a Carbonia il 31 Marzo 1976
Telefono: +39 070 675 5611 (ufficio)
E-mail: fdemontis@unica.it
Cittadinanza italiana

Formazione e percorso scientifico-professionale

Laurea in matematica con votazione 110/110 con lode, conseguita il 28/04/2003 presso l'Università degli Studi di Cagliari, discutendo la tesi di ricerca *Approccio macroscopico esatto alla termodinamica estesa per un gas ultrarelativistico. Il caso di un qualsivoglia numero di momenti*.

Dottorato di ricerca in Matematica, conseguito in data 19/02/2007 presso l'Università degli Studi di Cagliari, discutendo la tesi *Direct and Inverse Scattering of the Matrix Zakharov-Shabat System*.

Abilitazione all'insegnamento per le scuole superiori (votazione 80/80) per la classe di concorso A042 (Informatica) conseguita in data 28/05/2008 a conclusione del corso di specializzazione post-laurea (SSIS) di durata biennale tenuto presso l'Università degli Studi di Cagliari.

Abilitazione all'insegnamento per le scuole superiori (votazione 80/80) per la classe di concorso A049 (Matematica e Fisica) conseguita nel Maggio 2009 a conclusione del corso di specializzazione post-laurea (SSIS) di durata biennale tenuto presso l'Università degli Studi di Cagliari.

Abilitazione Scientifica Nazionale alla qualifica di Professore Associato nel Settore Concorsuale 01/A4 Fisica Matematica ottenuta il 28/03/2017.

Abilitazione Scientifica Nazionale alla qualifica di Professore Ordinario nel Settore Concorsuale 01/A4 Fisica Matematica ottenuta il 02/05/2019.

Posizione attuale

Professore Associato di Fisica Matematica (S.S.D. MAT/07) presso il Dipartimento di Matematica e Informatica dell'Università degli Studi di Cagliari dal 04/10/2018.

Precedenti posizioni

Ricercatore presso il Dipartimento di Matematica e Informatica dell'Università degli Studi di Cagliari dal 29/12/2011 al 03/10/2018 (**confermato dal 29/12/2014**) nel S.S.D. MAT/07 (Fisica Matematica).

Periodi trascorsi presso altre università

- Visitatore del Dipartimento di Matematica dell'University of Texas at Arlington per collaborazione scientifica con T. Aktosun **dal 07/05/2008 al 23/05/2008** e **dal 15/04/2013 al 21/04/2013**.

- Visitatore del Dipartimento di Matematica dell'University of Colorado at Colorado Springs per collaborazione scientifica con B. Prinari **dal 29/10/2011 al 14/11/2011**, **dal 28/03/2013 al 13/04/2013** e **dal 15/08/2016 al 13/12/2016**.

- Visitatore del Dipartimento di Matematica della Northumbria University per collaborazione scientifica con M. Sommacal (Newcastle upon Tyne (U.K.)) dal **25/04/2013 al 27/04/2013** e **dal 13/02/2017 al 18/02/2017**.

- Visitatore del Dipartimento di Matematica dell'Università Milano Bicocca per collaborazione scientifica con G. Ortenzi **dal 16/10/2013 al 19/10/2013**, **dal 19/03/2014 al 22/03/2014** e **dal 27/01/2016 al 30/01/2016**.

- Visitatore del Dipartimento di Matematica del College of Charleston per collaborazione scientifica con A. Calini **dal 20/10/2016 al 24/10/2016**.

Responsabilità di Progetti di Ricerca

R1: **Progetto di ricerca** *Modelli Matematici in Ottica Nonlineare: principi, analisi e applicazioni* **Legge Regionale 7 Agosto 2007, n.7 "Promozione alla ricerca scientifica e dell'innovazione tecnologica in Sardegna"**, responsabile scientifico: F. Demontis. (15/01/2010 al 14/01/2012).

R2: **Progetto per Visiting Professors** *Solitons in Integrable Systems* dell'Università di Cagliari, responsabile scientifico: F. Demontis. Il professore visitatore dell'Università di Cagliari è stato M. Sommacal dal 01/04/2015 al 30/06/2015.

R3: **Progetto Giovani GNFM 2017** *Studio di modelli di tipo idrodinamico per il ferromagnetismo.*, finanziato dal GNFM, responsabile scientifico: F. Demontis. A partire da giugno 2017 (durata un anno).

Partecipazione a Progetti di Ricerca

P1: **PRIN 2006** *Equazioni integrali con nuclei strutturati e applicazioni*, coordinatore nazionale D.Bini, responsabile scientifico unità di ricerca di Cagliari S. Seatzu.

P2: **PRIN 2008** *Equazioni integrali con struttura e sistemi lineari*, coordinatore nazionale D.Bini, responsabile scientifico unità di ricerca di Cagliari S. Seatzu.

P3: **Progetto di ricerca fondamentale o di base, legge regionale 7 Agosto 2007, n. 7, Bando 2008** *Modelli matematici in ottica nonlineare e nel design dei dispositivi fotonici* responsabile scientifico C. van der Mee, finanziato da Regione Autonoma della Sardegna, (01/12/2010-31/12/2012).

P4: **Progetto Giovani GNFM 2013** *Soluzioni esatte dell'equazione di Hirota e applicazioni alla teoria dei filetti vorticosi,* responsabile scientifico: G. Ortenzi, finanziato dal GNFM (2013-2014).

P5: **Progetto PRID 2015** *Mathematical Methods and Dissemination of Mathematical Culture*, finanziato da Fondazione Banco di Sardegna, (2015-2016).

P6: **Progetto Research in pairs della London Mathematical Society** *Propagating, localised waves in ferromagnetic nanowires*, responsabile scientifico: M. Sommacal, finanziato dalla London Mathematical Society, (Novembre 2016-Luglio 2017).

P7: **Progetto Legge Regionale 7, Regione Autonoma della Sardegna** *Algoritmi e Modelli per l'Imaging Science (AMIS)*, responsabile scientifico: G. Rodriguez, finaziato dalla Regione Autonoma della Sardegna, (dal 2017 al 2019).

P8: **Progetto FdS** *Integro-Differential Equations and Non-Local Problems*, responsabile scientifico: A. Iannizzotto, ente finanziatore: Fondazione Banco di Sardegna, (da Gennaio 2018 a Gennaio 2020).

Contratti di ricerca

B1: Contrattista di ricerca dal 03-09-2007 al 03-03-2008 (sei mesi) nell'ambito del progetto *Equazioni integrali con nuclei strutturati e applicazioni*. Responsabile scientico S. Seatzu.

B2: Borsista di ricerca dal 15 Gennaio 2010 al 15 Gennaio 2012 (Borsa di ricerca per giovani ricercatori Legge Regionale 7 Agosto 2007, n.7 "Promozione alla ricerca scientifica e dell'innovazione tecnologica in Sardegna". Titolo del progetto: Modelli Matematici in Ottica Nonlineare: principi, analisi e applicazioni (la relativa attività scientifica è stata svolta dal sottoscritto presso il Dipartimento di Matematica e Informatica dell'Università di Cagliari).

Attività Valutativa di Progetti di Ricerca

E' stato valutatore anonimo per un progetto di ricerca finanziato dall'Università dell'Insubria.

Organizzazione Convegni

Ha fatto parte del Comitato Organizzatore dei convegni:

1) "International Conference on Scientific Computing SC2011". Santa Margherita di Pula (Cagliari), October 10-14, 2011.

2) "Nonlinear Evolution Equations and Linear Algebra". Cagliari, September 2-15, 2013.

3) "Two Days on Applied Mathematics in Cagliari". Cagliari, April 9-10, 2015.

4) "Nonlinear Evolution Equations and Dynamical Systems". Santa Margherita di Pula (Cagliari), May 24-31, 2015.

5) XXXV convegno UMI-CIIM "Matematica e Scienze nell'insegnamento: frontiere da aprire ponti da costruire". Cagliari, 4-6 Ottobre, 2018.

6) "Partial Differential Equations in Analysis and Mathematical Physics". Santa Margherita di Pula (CA) 30 Maggio- 01 Giugno 2019

Inoltre, ha organizzato i seguenti minisimposi:

7) "Nonlinear evolution equations: analytical and geometrical methods" svoltosi all'interno del "Convegno Nazionale Simai 2012," Turin (IT), June 25-28, 2012 [organizzato insieme a G. Ortenzi (Università di Milano-Bicocca, IT)].

8) "Nonlinear phenomena: Theory and applications" svoltosi all'interno della "The 10th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications," Madrid (SP), 07-13 July, 2014 [organizzato insieme a S. Lombardo (Northumbria University, UK), G. Ortenzi (University of Milano-Bicocca, IT) and M. Sommacal (Northumbria University, UK)].

9) "Connections between nonlinear wave equations and geometry" svoltosi all'interno della "SIAM Conference on Nonlinear Waves and Coherent Structures," Cambridge (UK), 11-14 Agosto, 2014 [organizzato insieme a A. Calini (College of Charleston, USA) and G. Ortenzi (University of Milano-Bicocca, IT)].

Relazioni su invito a convegni

Ha presentato una relazione su invito in ciascuno dei seguenti convegni:

RI1: 7th AIMS International Conference Dynamical Systems, Differential Equations and Applications. Arlington, Texas-U.S.A., 18-21 Maggio 2008. Titolo comunicazione: *Explicit Solutions of the Cubic Matrix Nonlinear Schrödinger Equations*.

RI2: "Global Analysis and PDE on Manifolds", Sofia(Bulgaria), 6-8 Settembre 2010. Titolo comunicazione: *(A,B,C) formulas for some evolution equations*.

RI3: "The Seventh Imacs International Conference on Nonlinear Evolutions Equations and Wave Phenomena: Computation and Theory", Athens, Georgia (USA), 3-7 Aprile 2011. Titolo comunicazione: *Exact Solutions to the Focusing Discrete Nonlinear Schödinger Equation*.

RI4: "International Conference on Scientific Computing SC2011", Pula (Cagliari), 10-14 Ottobre 2011. Titolo comunicazione: *Closed Form Solutions to the Integrable Discrete Nonlinear Schrödinger Equations*.

RI5: "AGMP-8 Algebra Geometry Mathematical Physics", Brno (Rep. Ceca), 12-14 Settembre 2012. Titolo comunicazione: *The inverse scattering transform for the defocusing nonlinear Schrödinger equation with nonzero boundary conditions*.

RI6: "The Eighth Imacs International Conference on Nonlinear Evolutions Equations and Wave Phenomena: Computation and Theory", Athens, Georgia (USA), 25-28 Marzo 2013. Titolo comunicazione: *Direct Scattering Problem for AKNS system: characterization of scattering data*.

RI7: "Workshop on Nonlinear Waves and Integrable Systems in Sicily", Taormina (Italy), 9-12 Giugno 2014. Titolo comunicazione: *Exact Solution and Vortex Filament for the Hirota Equation*.

RI8: "2dAMC" Two Days on Applied Mathematics in Cagliari. Cagliari, 9-10 Aprile 2015. Titolo comunicazione: *Hirota Equation and Vortex Filaments*.

RI9: "Second Workshop on Trends in Nonlinear Analysis". Cagliari, 24-26 Settembre 2015. Titolo comunicazione: *Closed-form soliton solutions for the Heisenberg Ferromagnetic Chain Equation*.

RI10: "Hamiltonian PDEs: Models and Applications". Milano, 25-27 Giugno 2018. Titolo comunicazione: *Reflectionless solutions for the Hirota equation*.

RI11: "Assemblea Scientifica G.N.F.M", Montecatini (Italy), 4-6 Ottobre 2018. Titolo comunicazione:*Collegamento fra soluzioni solitoniche dell'equazione nonlineare di Schroedinger e l'equazione di Heisenberg usando la mappa filetto-curva sferica*: Presentazione dei risultati ottenuti nell'ambito del Progetto Giovani 2017 finanziato dal GNFM e intitolato: "Studio di modelli di tipo idrodinamico per il ferromagnetismo.

RI12: "Partial Differential Equations in Analysis and Mathematical Physics". Santa Margherita di Pula (Ca), 30 Maggio-1 Giugno 2019 Titolo comunicazione: *Reflectionless Solutions for Square Matrix NLS with Vanishing Boundary Conditions*.

Comunicazioni a convegni

Ha presentato una comunicazione in ciascuno dei seguenti convegni:

C1: "Wascom 2003" 12th Conference on Waves and Stability in Continuous Media. Villasimius (Cagliari), 1-7 Giugno 2003. Titolo comunicazione: *An exact macroscopic extended model with many moments for ultrarelativistic gases*.

C2: "Wascom 2005" 13th Conference on Waves and Stability in Continuous Media. Acireale (Catania), 19-25 Giugno 2005. Titolo comunicazione: *Some further considerations on the Galileian relativity principle in extended thermodynamics*.

C3: 8th AIMS International Conference Dynamical Systems, Differential Equations and Applications. Dresda, Germany, 25-28 Maggio 2010. Titolo comunicazione: *An explicit formula for exact solutions to the focusing NLS Equation*.

C4: “SIMAI 2010”, Cagliari, 21-25 Giugno, 2010. Titolo comunicazione: *Exact Solutions to the Sine-Gordon Equation*.

C5: “Nonlinear Physics”, Gallipoli (Lecce), 23 Giugno-3 Luglio 2010. Titolo comunicazione: *Exact Solutions to the Sine-Gordon Equation*.

C6: “Wascom 2011” 16th Conference on Waves and Stability in Continuous Media. Brindisi, 12-16 Giugno 2011. Titolo comunicazione: *Exact Solutions to the modified Korteweg de-Vries equation*.

C7: “IMA Conference in Nonlinearity and Coherent Structures”, Reading (UK), 6-8 Luglio 2011. Titolo comunicazione: *Exact Solutions to the sine-Gordon equation*.

C8: “Assemblea Scientifica G.N.F.M”., Montecatini (Italy), 04-06 Ottobre 2012. Titolo comunicazione: *The inverse scattering transform for the defocusing nonlinear Schrödinger equation with nonzero boundary conditions*.

C9: “AGMP-7 Algebra Geometry Mathematical Physics”, Mulhouse (France), 24-26 Ottobre 2011. Titolo comunicazione: *Closed Form Solutions to the Integrable Discrete Nonlinear Schrödinger Equations*.

C10: AMS Sectional Meeting, Boulder, Colorado (USA), 13-14 Aprile 2013. Titolo comunicazione: *Direct Scattering Problem for AKNS system: characterization of scattering data*.

C11: “Wascom 2013” 17th Conference on Waves and Stability in Continuous Media. Levico Terme, 17-21 Giugno 2013. Titolo comunicazione: *Direct Scattering Problem for AKNS system: characterization of scattering data*.

C12: “Assemblea Scientifica G.N.F.M”, Montecatini (Italy), 14-17 Maggio 2014. Titolo comunicazione: *Soluzioni esatte per l’equazione di Hirota e loro applicazioni alla teoria dei filetti vorticosi*.

C13: “Wascom 2015” 18th Conference on Waves and Stability in Continuous Media. Cetraro, 1-6 Giugno 2015. Titolo comunicazione: *Soliton Solutions of the Heisenberg Ferromagnetic Equation*.

C14: “Assemblea Scientifica G.N.F.M”, Montecatini (Italy), 4-6 Maggio 2017. Titolo comunicazione: *Su un problema tridimensionale inverso in ottica geometrica*.

C15: “Wascom 2017” 19th Conference on Waves and Stability in Continuous Media. Bologna, 12-16 Giugno 2017. Titolo comunicazione: *Soliton Solutions for the Classical Continuous Heisenberg Ferromagnet Equation*.

C16: “Wascom 2019” 20th Conference on Waves and Stability in Continuous Media. Maiori (SA), 10-14 Giugno 2019. Titolo comunicazione: *Reflectionless Solutions for Square Matrix NLS with Vanishing Boundary Conditions*.

Seminari su invito presso Università e centri di ricerca

Ha tenuto i seguenti seminari su invito:

SI1: *Solitoni e trasformata inversa spettrale: una breve introduzione*, presso l'Università di Cagliari il 20/11/2012.

SI2: *Inverse Scattering Transform and triplets method: a brief introduction*, presso College of Charleston (Charleston, USA), il 21/10/2016.

SI3: *Soliton solutions for the classical continuous Heisenberg ferromagnet equation,* presso Northumbria University, Newcastle (U.K.), il 15/02/2017.

Attività di referaggio

Ha svolto o svolge attività di referaggio per diverse riviste di Fisica-Matematica quali:

- Inverse Problems;
- Studies in Applied Mathematics;
- Journal of Mathematical Physics;
- Physica D;
- Nonlinearity;
- Mathematical Physics Analysis and Geometry;
- The European Physical Journal Plus;
- Applied Mathematics and Computation;
- Proceeding of the Royal Society A;
- Journal of Nonlinear Mathematical Physics;
- Ricerche di Matematica;
- Boundary Value Problems;
- Journal of Mathematical Physics, Analysis, Geometry;
- Ha anche svolto attività di referaggio per un libro di ricerca sottoposto per la pubblicazione per la casa editrice DE GRUYTER.

Attività didattica svolta in Italia

DI1: Anno Accademico 2022/23 (Primo semestre):

a) Meccanica 2 (64 ore) per il corso di laurea in Matematica.

DI2: Anno Accademico 2021/22:

a) Meccanica 1 (64 ore) per il corso di laurea in Matematica.
b) Relatività (72 ore) per il corso di laurea **magistrale** in Matematica.

DI3: Anno Accademico 2020/21:

a) Meccanica 2 (64 ore) per il corso di laurea in Matematica.
b) Relatività (72 ore) per il corso di laurea **magistrale** in Matematica.

DI4: Anno Accademico 2019/20:

a) Meccanica 2 (64 ore) per il corso di laurea in Matematica.
b) Relatività (72 ore) per il corso di laurea **magistrale** in Matematica.

DI5: Anno Accademico 2018/19:

a) Meccanica 2 (64 ore) per il corso di laurea in Matematica.
b) Relatività (72 ore) per il corso di laurea **magistrale** in Matematica.
c) Matematica 1 (48 ore) per il corso di laurea in Chimica.

DI6: Anno Accademico 2017/18:

a) Meccanica 2 (64 ore) per il corso di laurea in Matematica.
b) Matematica 2 (48 ore) per il corso di laurea in Chimica.

DI7: Anno Accademico 2016/17:

a) Meccanica 1 (64 ore) per il corso di laurea in Matematica.
b) Istituzioni ed Esercitazioni di Matematica 2 (48 ore) per il corso di laurea in Chimica.

DI8: Anno Accademico 2015/16:

a) Meccanica 2 (64 ore) per il corso di laurea in Matematica.
b) Istituzioni ed Esercitazioni di Matematica 1 (64 ore) per il corso di laurea in Chimica.

DI9: Anno Accademico 2014/15:

a) Meccanica 1 (64 ore) per il corso di laurea in Matematica.
b) Minicorso di Fisica Matematica (16 ore) all'interno del modulo "Matematiche elementari e Didattica della Matematica" [TFA 2015 per l'insegnamento della matematica nelle scuole medie (classe di concorso A059: Matematiche e Scienze nelle scuole Medie)].

DI10: Anno Accademico 2013/14:

a) Meccanica 1 (64 ore) per il corso di laurea in Matematica.
b) Minicorso di Fisica Matematica (6 ore) all'interno del modulo "Matematiche elementari e Didattica della Matematica" [corsi abilitanti speciali (PAS 2014) per l'insegnamento della matematica nelle scuole medie (classe di concorso A059: Matematiche e Scienze nelle scuole Medie)].
c) Minicorso di Fisica Matematica (12 ore) all'interno del modulo "Matematiche elementari e Didattica della Matematica" [corsi abilitanti speciali (PAS 2014) per l'insegnamento della matematica nelle scuole superiori (Classe di concorso A048: Matematica Applicata)].

DI11: Anno Accademico 2012/13 - Titolare del corso di Meccanica 2 (64 ore) per il corso di laurea in Matematica.

DI12: Anno accademico 2011/12 - Seminari di supporto alla didattica (consistenti in cicli di lezioni e esercitazioni) per l'insegnamento "Meccanica 1" del corso di laurea in Matematica e esercitazioni per l'insegnamento "Meccanica Razionale" del corso di laurea in Fisica della Facoltà di Scienze MM.FF.NN. dell'Università di Cagliari.

DI13: Anno accademico 2009/10 - Seminari di supporto alla didattica (consistenti in cicli di lezioni e esercitazioni) per l'insegnamento "Meccanica 1" del corso di laurea in Matematica della Facoltà di Scienze MM.FF.NN. dell'Università di Cagliari.

DI14: Anno accademico 2005/06 - N.10 ore di esercitazioni per l'insegnamento di "Analisi 4" del corso di laurea in Matematica della Facoltà di Scienze MM.FF.NN. dell'Università di Cagliari.

DI15: Anno accademico 2004/05 - Seminari di supporto alla didattica per l'insegnamento di "Meccanica 1" del corso di laurea in Matematica della Facoltà di Scienze MM.FF.NN. dell'Università di Cagliari, per complessive 10 ore.

DI16: Anno accademico 2003/04 - N.50 ore di esercitazioni in qualità di tutor per l'insegnamento di "Matematica e Abilità Informatiche" del corso di laurea in "Chimica e Tecnologie Farmaceutiche" dell'Università di Cagliari.

DI17: Nel periodo 2003-2009 varie esperienze di insegnamento presso diverse scuole superiori della provincia di Cagliari per le classi di concorso A042 (Informatica), A047 (Matematica), A038 (Fisica).

Al fine di aumentare l'offerta didattica del corso di Laurea in Matematica, ha dato la disponibilità a tenere due **reading courses**: uno intitolato *Complementi di Meccanica Analitica* (a partire dall'anno accademico 2012/2013 fino ad oggi) e un altro intitolato *Relatività Ristretta* (a partire dall'anno accademico 2013/2014 fino all'anno accdemico 2017/2018).

Attività didattica svolta all'estero

DE1: Nell'anno accademico 2016/2017 ha tentuto, nel Fall Semester 2016, il corso Math 3400: *Introduction to Differential Equations* presso l'University of Colorado at Colorado Springs.

Direzione tesi di laurea

Relatore tesi laurea magistrale

Relatore delle seguenti tesi di laurea magistrale:

TM1: Francesca Vargiu, *Trasformata Inversa Spettrale per l'equazione di Heisenberg.*;

TM2: Claudia Corrai, *Soluzioni solitoniche per la gerarchia integrabile AKNS.*;

TM3: Loredana Caddeo, *Problemi inversi in Ottica Geometrica studiati mediante due metodi differenti: l'equazione iconale e il principio di Fermat.*;

TM4: Carla Cocco, *Soluzioni solitoniche per l'equazione nonlineare di Schroedinger e loro collegamento tramite una mappa geometrica.*;

TM5: Melania Meloni, *Il paradosso dei gemelli nell'ambito della relatività ristretta.*;

TM6: Michela Piras, *Studio del problema ristretto dei due corpi in relatività generale.*;

TM7: Ilaria Cicalò, *Spiegazione dettagliata dell'avanzamento del perielio di Mercurio.*;

TM8: Stefania Carta, *Linearizzazione delle equazioni di Einstein per campi gravitazionali deboli e scoperta delle onde gravitazionali.*;

TM9: Simona Ferreri, *Problema Inverso e soluzioni reflectionless per l'equazione non lineare focusing di Schroedinger (scalare e matriciale).*.

Relatore tesi laurea triennale

Relatore delle seguenti tesi di laurea triennale;

TT1: Fabio Carta, *Origine Meccanica del Parallelismo di Levi-Civita su superfici in* R^3.;

TT2: Claudia Corrai, *Integrali primi e teorema di Noether.*;

TT3: Loredana Caddeo, *Il problema dei due corpi nell'ambito della meccanica Hamiltoniana.*;

TT4: Michela Piras, *Alcuni paradossi derivanti dal fenomeno di contrazione delle lunghezze in relatività ristretta.*;

TT5: Sara Grillo, *La discussione di Weierstrass applicata all'equazione di Friedmann.*;

TT6: Ilaria Cicalò, *Discussione di Weierstrass applicata alla trottola di Lagrange.*;

TT7: Stefania Carta, *Il teorema di Liouville sulla completa integrabilità dei sistemi canonici e alcune sue applicazioni.*;

TT8: Elena Marongiu, *Su un'applicazione della formula di Eulero della trigonometria sferica nella cinematica dei corpi rigidi.*;

TT9: Simona Ferreri, *Un esempio di separazione delle variabili per l'equazione di Hamilton-Jacobi: moto (geodetico) di un punto materiale su una superficie di rotazione.*;

TT10: Vincenzo Farina, *Sul problema degli N corpi: non integrabilità e teorema di Sundman*;

TT11: Alessandro Calia, *Il problema ristretto dei tre corpi.*;

TT12: Danilo Licheri, *Principi variazionali nella Relatività Ristretta.*;

TT13: Edoardo Puddu, *Moto alla Poinsot per un corpo rigido con un punto fisso.*;

TT14: Marco Ratto, *Variabili azione-angolo e Teorema di Liouville-Arnold.*;

TT15: Antonella Demurtas, *Problema ristretto dei due corpi e applicazione del teorema di Noether*.

Attività negli Organi Collegiali

OC1: **Vicedirettore del Dipartimento di Matematica e Informatica** dal 26/11/2018 al 30/06/2021.

OC2: Membro del **Collegio dei docenti del dottorato di ricerca** in "Matematica e Informatica" dell'Università degli Studi di Cagliari dal 2013 fino ad oggi.

OC3: **Referente Erasmus** per il corso di studio in Matematica da Aprile 2016 fino ad oggi.

OC4: Membro della **Commissione Offerta Formativa** del corso di studio in Matematica da Settembre 2021 fino ad oggi.

OC5: Membro del **Comitato di indirizzo** del corso di studio in Matematica dal 2013 fino Aprile 2016.

OC6: Membro della **commissione di valutazione**, per il Dipartimento di Matematica e Informatica, negli anni accademici 2014/15 e 2015/16, **dei progetti Visiting Professors** banditi dall'Università di Cagliari.

OC7: Membro della **Giunta del Dipartimento di Matematica e Informatica** dal 2019 fino ad oggi.

OC8: Componente del Consiglio della Facoltà di Scienze da Settembre 2021 fino ad oggi.

Afferenze

Membro del GNFM (Gruppo Nazionale per la Fisica Matematica) dal 2004 e dell'Unione Matematica Italiana (UMI) dal Gennaio 2010.

Elenco completo delle pubblicazioni

Pubblicazioni su riviste internazionali con referee

[1] F. Demontis, C. van der Mee,
A Matrix Schrödinger Approach to Focusing Nonlinear Schrödinger Equations with Nonvanishing Boundary Conditions, **Journal of Nonlinear Science**, **32**(4), 57, (2022).

[2] F. Demontis, C. van der Mee,
From the AKNS system to the matrix Schrödinger equation with vanishing potentials: Direct and inverse problems, **Studies in Applied Mathematics**, pubblicato online il 9 Dicembre (2022).

[3] F. Demontis, C. van der Mee,
Reflectionless Solutions for Square Matrix NLS with Vanishing Boundary Conditions, **Mathematical Physics Analysis and Geometry**, **22**(4), (2019).

[4] F. Demontis, G. Ortenzi, M. Sommacal, C. van der Mee,
The continuous classical Heisenberg ferromagnet equation with in-plane asymptotic conditions. I. Direct and inverse scattering theory, **Ricerche di Matematica**, **68**(1), 145-161, (2019).

[5] F. Demontis, G. Ortenzi, M. Sommacal, C. van der Mee,
The continuous classical Heisenberg ferromagnet equation with in-plane asymptotic conditions. II. IST and closed-form soliton solutions, **Ricerche di Matematica**, **68**(1), 163-178, (2019).

[6] F. Demontis, S. Lombardo, M. Sommacal, C. van der Mee, F. Vargiu *Effective Generation of Closed-form Soliton Solutions of the Continuous Classical Heisenberg Ferromagnet Equation*, **Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation**, **64**, 35-65, DOI: doi.org/10/1016/j.cnsns.2018.03.020, (2018).

[7] F. Demontis, G. Ortenzi, M. Sommacal,
Heisenberg ferromagnetism as an evolution of a spherical indicatrix: localized solutions and elliptic dispersionless reduction, **Electronic Journal of Differential Equations**, ISSN: 1072-6691, (2018).

[8] F. Demontis, G. Ortenzi, C. van der Mee,
Nonlocal integrable PDEs from hierarchies of symmetry laws: The example of Pohlmeyer–Lund–Regge equation and its reflectionless potential solutions. **Journal of Geometry and Physics**, **127**, 84-100, (2018).

[9] B. Prinari, F. Demontis, S. Li, T. Horikis,
Inverse scattering transform and soliton solutions for square matrix nonlinear Schrödinger equations with non-zero boundary conditions. **Physica D**, **368**, 22-49, (2018).

[10] F. Borghero, F. Demontis,
A 3-Dimensional Inverse Problem of Geometrical Optics: a Mathematical Comparison Between Fermat's Principle and the Eikonal Equation. **Journal of the Optical Society of America. A, Optics, Image Science, and Vision**, **33** (9), 1710–1722, DOI: 10.1364/JOSAA.33.001710, (2016).

[11] F. Demontis, F. Vargiu, and C. van der Mee,
Nonsmooth Spin Densities for Continuous Heisenberg Spin Chains. **Ricerche di Matematica**, **65**(2), 469–478 DOI:10.1007/s11587-016-0268-x, (2016).

[12] F. Demontis, G. Ortenzi, C. van der Mee,
Exact Solutions of the Hirota Equation and Vortex Filaments Motion. **Physica D**, **313**, 61-80, (2015).

[13] F. Demontis, B. Prinari, C. van der Mee, and F. Vitale,
The inverse scattering transform for the focusing nonlinear Schrödinger equation with asymmetric boundary conditions. **J. Math. Phys.**, **55**: 40 pages, 101505, doi: 10.1063/1.489876, (2014).

[14] F. Demontis and C. van der Mee,
Characterization of Scattering Data for the Matrix Zakharov-Shabat System. **Acta Applicandae Mathematicae**, **131**: 29–47, DOI 10.1007/ s10440-013-9848-x, (2013).

[15] F. Borghero, F. Demontis and S. Pennisi,
Wave Speeds in the Macroscopic Extended Model for Ultrarelativistic Gases.
J. Math. Phys. 54, 113101, doi: 10.1063/1.4829365, (2013).

[16] F. Demontis and C. van der Mee,
An Alternative Approach to Integrable Discrete Nonlinear Schrödinger Equations.
Acta Applicandae Mathematicae, **127**, 169–191, doi: 10.1007/s10440-012-9797-9: 10.1007/s10440-012-9797-9, (2013).

[17] F. Demontis, B. Prinari, C. van der Mee, and F. Vitale
The inverse scattering transform for the defocusing nonlinear Schrödinger equation with nonzero boundary conditions.,
Studies in Applied Mathematics, **131**(1), 1-40, DOI:10.1111/j.1467-9590.2012.00572.x, (2013).

[18] F. Borghero, F. Demontis, S. Pennisi
On the Hyperbolicity of a Model with 30 Moments for Ultrarelativistic Gases,
Meccanica, **48**(3): 585-600, DOI: 10.1007/s11012-012-9617-3, (2013).

[19] F. Demontis and C. van der Mee,
Closed Form Solutions to the integrable discrete nonlinear Schrödinger equation,
Journal of Nonlinear Mathematical Physics, **19**, doi: 10.1142/S1402925112500106, (2012).

[20] F. Demontis and C. van der Mee,
Closed Form Solutions to the Matrix Sine-Gordon Equation,
IMA Journal of Applied Mathematics 77, 308-315, doi: 10.1093/imamat/hxs029, (2012).

[21] F. Demontis,
Exact solutions to the modified Korteweg-de Vries equation,
Theoretical and Mathematical Physics, **168**(1): 886–897, (2011).

[22] F. Demontis and Cornelis van der Mee,
Exact Solutions to the Integrable Discrete Nonlinear Schrödinger Equation under a Quasiscalarity Condition,
Communications in Applied and Industrial Mathematics, **2**, Doi: 10.1685/journal.caim.372, (2011).

[23] T. Aktosun, T. Busse, F. Demontis, and C. van der Mee,
Symmetries for exact solutions to the nonlinear Schrödinger equation,
Journal of Physics A, **43**, (2010).

[24] T. Aktosun, F. Demontis, and C. van der Mee,
Exact solutions to the Sine-Gordon Equation,
Journal of Mathematical Physics, **51**, (2010).

[25] F. Demontis and C. van der Mee,
Wave Operators for Defocusing Matrix Zakharov-Shabat Systems with Potentials Nonvanishingat Infinity, **Serdica Mathematical Journal**, **36**, 265–284, (2010).

[26] F. Demontis and C. van der Mee,
Explicit solutions of the cubic matrix nonlinear Schrödinger equation,
Inverse Problems, **24**, 02520, 16 pp. DOI: 10.1088/0266-5611/24/2/02520, (2008).

[27] F. Demontis and C. van der Mee,
Marchenko equations and norming constants of the matrix Zakharov-Shabat systems,
Operators and Matrices, **2**, 79-113, (2008).

[28] F. Demontis and C. van der Mee,
Scattering operators for matrix Zakharov-Shabat systems,
Integral Equations and Operator Theory, **62**(4), 517-540, (2008).

[29] T. Aktosun, F. Demontis, and C. van der Mee,
Exact solutions to the focusing nonlinear Schrödinger equation,
Inverse Problems, **23**, 2171-2195, (2007).

[30] F. Demontis and S. Pennisi,
On a further condition in the macroscopic extended model for ultrarelativistic gases,
Ann. Univ. Ferrara Sez. VII Sci. Mat., **53**, no. 1, 51-64, (2007).

[31] M.C. Carrisi, F. Demontis, and A. Scanu,
A kinetic type extended model for dense gases and macromolecular fuids,
Le Matematiche, **60**, no. 1, 181-188, (2006).

Capitoli di libro

[32] F. Demontis, C. van der Mee and F. Vitale,
On the Location of the Discrete Eigenvalues for Defocusing Zakharov-Shabat Systems having Potentials with Nonvanishing Boundary Conditions,
Contemporary Mathematics, 635 13–24 (2015). In: Anton Dzhamay, Willy A. Hereman, and B. Prinari (eds.), Nonlinear Wave Equations: Analytic and Computational Techniques, Contemporary Mathematics **635**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, (2015).

[33] Tuncay Aktosun, Theresa Busse, Francesco Demontis, and Cornelis van der Mee,
Exact solutions to the nonlinear Schrödinger equation,
in: Joseph A. Ball, Vladimir Bolotnikov, J. William Helton, Leiba Rodman, and Ilya Spitkovsky (eds.) **Topics in Operator Theory**, Vol. 2, Systems and Mathematical Physics, Birkhäuser OT 203, Basel and Boston, pp. 1-12, (2010).

[34] M.C. Carrisi, F. Demontis, S. Pennisi, and A. Scanu,
A kinetic type extended model for polarizable and magnetizable fluids,
in: A.M. Anile, G. Alì, and G. Mascali (eds.), **Scientific Computing in Electrical Engineering, Mathematics in Industry**, Vol. 9, Springer, Berlin, pp. 295-300, (2006).

Lavori pubblicati in Proceedings di convegni internazionali

[35] F. Demontis and C. van der Mee,
Novel Formulation of Inverse Scattering and Characterization of Scattering Data,
in: Wei Feng, Zhaosheng Feng, Maurizio Grasselli, Akif Ibragimov, Xin Lu, Stefan Siegmund and Jürgen Voigt (eds.), **Dynamical Systems and Differential Equations**, DCDS Supplement 2011, Proceedings of the 8th AIMS International Conference (Dresden, Germany) pp. 343-350, Clothcover, 1476 pages, (2011).

[36] F. Demontis, S. Pennisi, and F. Rundo,
Some further considerations on the Galileian relativity principle in extended thermodynamics,
in: **WASCOM 2005, 13th Conference on Waves and Stability in Continuous Media**, pp. 176-181, World Sci. Publ., Hackensack, NJ, (2006).

[37] F. Borghero, F. Demontis, and S. Pennisi,
The non-relativistic limit of relativistic extended thermodynamics with many moments. I. The balance equations,
in: **WASCOM 2005, 13th Conference on Waves and Stability in Continuous Media**, pp. 47-52, World Sci. Publ., Hackensack, NJ, (2006).

[38] M.C. Carrisi, F. Demontis, and S. Pennisi,
The non-relativistic limit of relativistic extended thermodynamics with many moments. II. How it includes the mass, momentum and energy conservation,
in: **WASCOM 2005, 13th Conference on Waves and Stability in Continuous Media**, pp. 95-100, World Sci. Publ., Hackensack, NJ, (2006).

[39] F. Borghero, F. Demontis, and S. Pennisi,
An exact macroscopic extended model with many moments for ultrarelativistic gases,
in: **WASCOM 2003, 12th Conference on Waves and Stability in Continuous Media**, pp. 94-101, World Sci. Publ., River Edge, NJ, (2004).

Monografie

[40] **Tesi di Dottorato:** *Direct and Inverse Scattering of the Matrix Zakharov-Shabat System*, (Università di Cagliari, (**2007**)), pubblicata da Lambert Academic Publishing, ISBN: 978-3-659-24838-2 (titolo libro *Matrix Zakharov-Shabat system and Inverse Scattering Transform*), (**2012**).

[41] **Manuale didattico:** F. Borghero, F. Demontis, *Relatività per Principianti*, UNICApress/didattica, 555 pagine, DOI:https://doi.org/10.13125/unicapress.978-88-3312-031-7, (**2021**).

Curatele

[42] F. Borghero, F. Demontis, M. Polo,
Meccanica dei fluidi e fisica matematica tra ricerca e insegnamento. L'opera di Antonio Melis, **UnicaPress** (2023).

Descrizione dell'Attività scientifica svolta

L'attività scientifica ha riguardato principalmente le *equazioni integrabili* e, in misura minore, la *termodinamica estesa* e *l'ottica geometrica*.

1 Equazioni Integrabili. Le **E**quazioni **N**onlineari di evoluzione di tipo **I**ntegrabile (ENI) sono equazioni per la cui risoluzione si può applicare la cosiddetta **T**rasformata **I**nversa **S**pettrale (IST). La IST consente di risolvere il problema a valori iniziali per una data ENI riconducendolo a quello, più semplice, di determinare l'evoluzione temporale lineare dei dati di scattering di un opportuno problema agli autovalori ad essa associato. Tutte le ENI che ho considerato sono del tipo $1 + 1$ nel senso che la funzione incognita dipende da una variabile spaziale e da una variabile reale temporale. Se la variabile spaziale è intera l'equazione è detta discreta mentre se è reale viene detta continua. Quasi tutte le equazioni di tipo continuo su cui mi sono soffermato sono accomunate dal fatto che il problema agli autovalori ad esse associato è il sistema matriciale di **Z**akharov-**S**habat (ZS). Ho considerato anche un modello discreto di ENI. Tale modello corrisponde alla versione discreta dell'equazione nonlineare di Schrödinger (IDNLS) e ad esso risulta associato il problema agli autovalori noto come sistema di Ablowitz-Ladik (AL). Inoltre, la metodologia di studio per le ENI considerate cambia a seconda che si cerchino soluzioni che tendono a zero quando la variabile spaziale tende a $\pm\infty$ per t fissato (cioè il cosiddetto **caso vanishing**) oppure soluzioni che non tendono a zero quando la variabile spaziale tende a $\pm\infty$ per t fissato (**caso non vanishing**).

Ciò premesso, le ricerche svolte sulle equazioni integrabili si sono focalizzate sulle tematiche sotto descritte. La bibliografia si riferisce all'elenco completo delle pubblicazioni sopra riportato.

1. *Equazione Nonlineare di Schroedinger in forma matriciale mNLS con condizioni di tipo vanishing e metodo delle triplette.* Tale equazione deve, in larga misura, la sua importanza nelle applicazioni al fatto che essa governa la propagazione dei segnali nelle fibre ottiche. Le ricerche sull'equazione mNLS con condizioni di tipo vanishing hanno avuto origine durante il periodo del dottorato di ricerca. Più precisamente, tali ricerche hanno riguardato:
   (a) la teoria dello scattering (diretto e inverso) per il sistema di Linear Ordinary Differential Equations (LODE) associato alla mNLS che è il sistema matriciale di Zakharov-Shabat (noto anche come sistema AKNS);
   (b) la Inverse Scattering Transform (IST), in quanto strumento fondamentale per risolvere il problema a valori iniziali associato alla mNLS.
   L'idea base della IST è infatti quella di determinare l'evoluzione temporale dei dati di scattering del sistema matriciale di Zakharov-Shabat, la cui conoscenza consente di risolvere il problema a valori iniziali per la mNLS, utilizzando le tecniche di scattering diretto e inverso. Esse sono quindi particolarmente importanti, in quanto consentono di ricondurre il problema iniziale in un altro molto più semplice: quello dell'evoluzione dei dati di scattering. È ben noto che la IST può essere formulata tramite una coppia formata da due operatori differenziali (la cosiddetta coppia di Lax). Tenendo in considerazione la forma esplicita della coppia di Lax son stati ottenuti i seguenti risultati:
   a. E' noto che il problema di scattering inverso si può formulare mediante un sistema di equazioni integrali (equazioni integrali di Marchenko), la cui soluzione permette di pervenire alla soluzione della mNLS mediante una semplice relazione algebrica. E' stata dimostrata l'unicità della soluzione delle equazioni di Marchenko in situazioni molto generali.

b. E' stato considerato il caso in cui il coefficiente di riflessione (che è uno dei dati di scattering associati alla mNLS) sia identicamente nullo: caso noto come “reflectionless” e corrispondente al fatto che le soluzioni sono di tipo solitonico. In tal caso si è osservato che il nucleo dell'equazione integrale di Marchenko è a variabili separabili e questo ha consentito di ottenere una vasta classe di soluzioni solitoniche esplicite della mNLS. E' interessante notare che l'insieme di tali soluzioni è esprimibile in forma compatta, ossia in termini di una tripletta di matrici e dell'esponenziale di matrice. È altresì significativo osservare che la formula trovata fornisce una rappresentazione unificata delle soluzioni esatte reflectioneless della mNLS. Al variare della tripletta di matrici (in funzione della quale è espressa la soluzione), oltre ad ottenersi la generalità delle soluzioni note in letteratura, si ottiene un'ampia classe di soluzioni completamente nuove, definite **multipole solutions** in accordo con il fatto che esse si ottengono nel caso in cui i poli del coefficiente di trasmissione siano multipli.

2. *Soluzioni solitoniche per equazioni integrabili con condizioni vanishing.* La prosecuzione delle ricerche descritte al punto precedente ha consentito di ottenere i risultati contenuti nei lavori [29], [26],[3],[23],[27],[28] citati nella lista “Pubblicazioni su riviste internazionali”. In questi lavori, i metodi descritti nella sezione precedente sono stati ulteriormente approfonditi e altri risultati, inerenti le simmetrie delle soluzioni ottenute con il metodo delle triplette, sono stati ottenuti.
Inoltre, usando tecniche analoghe a quelle sviluppate per l'equazione mNLS, è stato possibile applicare il metodo delle triplette ad altre due importanti ENI: l'equazione di Korteweg-de Vries modificata e l'equazione di sine-Gordon (SG) ([21], [24],[20]). Per quanto concerne quest'ultima, nel lavoro [20] si è inoltre arrivati a determinare la sua generalizzazione matriciale integrabile. Per ottenere la SG matriciale integrabile è stato necessario determinare una coppia di operatori (AKNS pair) che generano tale equazione. E' stata altresì sviluppata la teoria dello scattering per il problema lineare agli autovalori che descrive l'evoluzione spaziale delle autofunzioni (tale operatore rappresenta l'analogo del sistema matriciale di Zakharov-Shabat per la NLS matriciale). In particolare il problema inverso è stato elaborato in termini di equazioni integrali di Marchenko. Applicando a tali equazioni le stesse tecniche sviluppate per la risoluzione dell'equazione nonlineare di Schrödinger e dell'equazione scalare di sine-Gordon, è stato possibile, anche in questo caso, rappresentare in forma unificata una varietà di soluzioni nel caso in cui il coefficiente di riflessione sia nullo. Tali soluzioni rappresentano la naturale generalizzazione di quelle ottenute per l'equazione di sine-Gordon scalare e presentate in [24].

3. *Caratterizzazione dei dati di scattering per sistemi ZS con condizioni di tipo vanishing.* Il problema di stabilire una corrispondenza biunivoca fra i potenziali $q(x), r(x)$ (appartenenti a un'opportuna classe funzionale) e i dati di scattering (insieme con le condizioni a cui essi devono obbedire) costituisce il cosiddetto *characterization problem.* Esso non è stato risolto in modo ottimale per il sistema matriciale di ZS. Infatti, mentre sarebbe opportuno poter stabilire tale biezione in modo che la classe funzionale a cui appartengono i potenziali sia sufficientemente ampia, in molti lavori tale classe viene fatta coincidere con quella delle funzioni di Schwartz. Naturalmente questa assunzione risulta essere troppo restrittiva in molte applicazioni. I tentativi di risolvere il problema per classi meno restrittive ha condotto all'introduzione di spazi funzionali abbastanza artificiosi.
Il principale risultato ottenuto in [14] è stato quello di stabilire, in assenza di singolarità spettrali, una corrispondenza biunivoca fra potenziali appartenenti alla classe L^1 e i nu-

clei delle equazioni integrali di Marchenko (cioè le equazioni integrali la cui soluzione permette di risolvere il problema di scattering inverso). Tali nuclei si esprimono mediante una combinazione dei dati di scattering che, come è noto, sono: uno dei coefficienti di riflessione, gli autovalori discreti del sistema ZS e un opportuno insieme di costanti associate a questi autovalori (le cosiddette "norming constants"). Affinchè la corrispondenza fra potenziali e nuclei risulti essere biunivoca occorre richiedere che: i) non ci siano singolarità spettrali nel sistema ii) i potenziali tendano a zero quando la variabile spaziale tende a $\pm\infty$ per t fissato, e, iii) la trasformata di Fourier del coefficiente di riflessione sia una funzione di L^1. Questi risultati si trovano nel lavoro [14] (una prima parziale soluzione si trova anche nella tesi di Dottorato).

4. *Sviluppo della IST per la risoluzione dell'equazione di Hirota con condizioni vanishing e applicazione dei risultati ottenuti al moto dei filetti vorticosi.* Il moto di un fluido omogeneo euleriano incomprimibile in cui la vorticità sia supportata su una curva (il cosiddetto *filetto vorticoso*) è uno dei modelli più studiati per la comprensione dell'evoluzione della vorticità. Per generiche condizioni iniziali la soluzione analitica di tale problema non è ottenibile. Un'approssimazione utile è la *local induction approximation* (LIA) in cui si suppone che solo una parte finita di curva sia responsabile della velocità del filetto in un dato punto. Fukumoto e Myazaki, estendendo i risultati precedentemente ottenuti da Hasimoto, generalizzarono la LIA in modo da tener conto anche della velocità del fluido assiale rispetto al filetto vorticoso. Tale generalizzazione conduce ad un'equazione integrabile nota come equazione di Hirota che risulta essere una combinazione di due ENI integrabili: l'equazione focusing NLS e l'equazione di Korteweg-de Vries modificata (mKdV). La nostra ricerca si è indirizzata verso la determinazione delle soluzioni solitoniche di tale equazione. Al fine di ottenere tale risultato, l'equazione di Hirota è stata risolta tramite la IST nel caso vanishing. Il risultato principale è stato la determinazione di una formula esplicita che consente di rappresentare in forma unificata una varietà di soluzioni solitoniche (corrispondenti a filetti vorticosi con un comportamento asintoticamente piatto). La formula contiene soluzioni già note in letteratura e una nuova classe di soluzioni solitoniche che abbiamo denominato "multipole solutions". Inoltre, questo risultato ha consentito di determinare esplicitamente le espressioni della curvatura e della torsione corrispondenti alle curve descritte dai filetti vorticosi associati con tali soluzioni solitoniche. In altre parole, è stata determinata, istante per istante, l'evoluzione temporale dei filetti vorticosi associati a una assegnata soluzione solitonica. Occorre rimarcare come il passo decisivo per ottenere la formula solitonica sia stato compiuto determinando l'evoluzione temporale dei dati di scattering dell'equazione di Hirota tenendo conto dell'evoluzione dei dati di scattering delle due equazioni "componenti" l'equazione di Hirota (cioè la NLS e la mKdV). I risultati appena illustrati sono contenuti in [12].
   Inoltre, in [8], la metodologia utilizzata in [12] è stata generalizzata in modo da consentire lo studio di un'altra importante equazione integrabile: l'equazione di Pohlmeyer-Lund-Regge (PLR). Per poter ottenere le soluzioni solitoniche di quest'ultima equazione è stato proposto un metodo che consente di costruire equazioni integrabili **nonlocali** di evoluzione a partire da una gerarchia bi-Hamiltoniana dotata di un operatore di ricursione. Tale metodo fornisce il giusto contesto in cui prima sviluppare e poi applicare la tecnica della IST. Si è quindi potuto applicare questo metodo nel caso dell'equazione PLR potendosi derivare quest'ultima dalla gerarchia di equazioni di cui la NLS è la prima equazione e l'equazione mKdV la seconda, mentre la PLR può essere considerata come la somma (infinita) di tutte le equazioni della gerarchia.

5. *Applicazione della IST per la risoluzione dell'equazione nonlineare di Schrödinger (NLS) con condizioni nonvanishing.* Recenti osservazioni sperimentali hanno evidenziato come nella propagazione di segnali nelle fibre ottiche possano verificarsi la formazione di "rogue waves" e "shock waves". Il modello matematico che consente di interpretare correttamente tali osservazioni è la NLS con soluzioni non decadenti a zero quando la variabile spaziale tende a $\pm\infty$ (con t fissato). Più precisamente, le "rogue waves" si osservano nel caso in cui il modello corrisponda ad una NLS di tipo focusing, mentre le "shock waves" si manifestano nel caso in cui si consideri una NLS di tipo defocusing. E' stato anche mostrato che le rogue waves corrispondono all'evoluzione di soluzioni di tipo solitonico opportunamente perturbate, mentre le shock waves si producono "iniettando" nella fibra un impulso contenente un gran numero di soluzioni solitoniche di tipo "dark". E' allora apparso del tutto naturale cercare di applicare la IST per la risoluzione della NLS focusing/defocusing nel caso in cui le soluzioni cercate sono di tipo nonvanishing. In questo modo si possono determinare, sia nel caso focusing che in quello defocusing, un'ampia classe di soluzioni solitoniche (così da poter studiare i meccanismi che stanno alla base della formazione sia delle rogue che delle shock waves).
Per poter applicare la IST alla risoluzione della NLS con soluzioni non decadenti all'infinito è necessario disporre delle teorie di scattering diretto e inverso per il sistema di Zakharov-Shabat con potenziali anch'essi non decadenti all'infinito. Lo studio di tale sistema presenta, rispetto al caso vanishing, notevoli complicazioni e, nella letteratura specializzata, molti risultati non apparivano del tutto soddisfacenti. E' quindi naturale cercare di studiare il problema prima considerando l'equazione NLS nella sua versione scalare. Perciò nei lavori [17], [13] e [32], sono state sviluppate in modo rigoroso la teoria di scattering diretto e inverso per i sistemi di Zakharov-Shabat con potenziali nonvanishing sia nel caso defocusing scalare (lavoro [17]) che in quello focusing scalare (lavoro [13]). In entrambi i casi sono state dimostrate le proprietà di analiticità delle autofunzioni del sistema Zakharov-Shabat e dei coefficienti di scattering rafforzando in modo opportuno la classe funzionale di appartenenza del potenziale. Nel caso defocusing **simmetrico** (cioè con i potenziali che hanno lo stesso modulo a $\pm\infty$) è stato inoltre dimostrato che esiste sempre almeno un autovalore discreto e sono anche stati determinati intervalli in cui si trovano tali autovalori [32]. Infine sono state determinate le equazioni di Marchenko (tramite cui si può formulare il problema inverso) sia per il caso focusing asimmetrico che per quello defocusing simmetrico. Questo ha consentito di:
i) ottenere, nel caso **scalare defocusing nonvanishing simmetrico**, formule risolutive esplicite per soluzioni di tipo multisolitone. Infatti, utizzando la stessa tecnica introdotta per la risoluzione della NLS con potenziali vanishing, è stato possibile risolvere esplicitamente le equazioni di Marchenko nel caso in cui il coefficiente di riflessione sia nullo. La soluzione così trovata è legata da una semplice relazione algebrica alla soluzione della NLS.
ii) dimostrare che, nel caso **scalare focusing nonvanishing asimmetrico**, non esistono soluzioni puramente solitoniche (cioè generate solo dallo spettro discreto). Infatti, in tal caso le equazioni di Marchenko contengono un termine extra che non rende possibile una loro risoluzione esplicita per separazione delle variabili. Tale termine tiene conto della particolare struttura dello spettro del sistema ZS nel caso focusing nonvanishing asimmetrico e implica che, in tutte le soluzioni, sono sempre presenti una o più componenti radiative provenienti dallo spettro continuo.
Recentemente, in [9] è stata rigorosmente sviluppata la IST per un modello matriciale

della NLS con condizioni di tipo “non vanishing”. Nel caso di matrici quadrate di ordine due il problema inverso è stato formulato come un problema di Riemann-Hilbert e l’analisi di quest’ultimo ha condotto a determinare il comportamento delle cosiddette N-soliton solutions e alla determinazione di alcune “nuove” soluzioni di tipo solitonico.

6. *Applicazione di un’opportuna trasformazione di Miura per la risoluzione dell’equazione nonlineare di Schrödinger (NLS).* Lo studio della teoria di scattering diretto per il sistema di Zakharov-Shabat con potenziali non decadenti all’infinito (potenziali nonvanishing) non è semplice e risulta molto più complicato dell’analogo studio del problema di scattering diretto per il sistema di Zakharov-Shabat con potenziali decadenti all’infinito (potenziali vanishing). Per superare le difficoltà note in letteratura e proporre un modo più efficiente di sviluppare le teorie di scattering (diretto e inverso) del problema di Zakharov-Shabat con potenziali nonvanishing, nel lavoro [1] è stato studiato il collegamento fra:

   1) il sistema focusing di Zakharov-Shabat con potenziali nonvanishing ma aventi la stessa costante come limite quando la variabile spaziale x tende a più o meno infinito (i cosiddetti potenziali nonvanishing “equally sized”) e

   2) l’equazione matriciale di Schrödinger con potenziali di tipo vanishing (su cui esiste un’ampia e ben sviluppata letteratura).

   La trasformazione di Miura che consente di realizzare questo collegamento trasforma l’equazione nonlineare matriciale di Schrödinger (NLS) con potenziali nonvanishing equally sized in una nuova equazione nonlocale integrabile. L’applicazione del metodo delle triplette permette di trovare le soluzioni multisolitoniche per l’equazione nonlocale integrabile e questo consente quindi di proporre un nuovo metodo per risolvere l’equazione matriciale focusing NLS con potenziali nonvanishing. I risultati di questo studio sono contenuti in [1]. Nel lavoro [2] viene invece mostrato come applicare un’opportuna trasformazione di Miura che consente di collegare il sistema focusing di Zakharov-Shabat con potenziali vanishing con l’equazione matriciale di Schrödinger avente anch’essa potenziale di tipo vanishing. In questo caso, tale collegamento conduce allo sviluppo di un nuovo metodo per la risoluzione dell’equazione matriciale focusing NLS con potenziali vanishing.

7. *Applicazione della IST all’equazione di Heisenberg per la determinazione di soluzioni solitoniche.* L’obiettivo di sviluppare in modo rigoroso la IST e di determinare una formula per la rappresentazione in forma unificata di soluzioni solitoniche con il metodo delle triplette è stato raggiunto anche per la cosiddetta equazione di Heisenberg [6], [4] e [5]. In [7], sfruttando le rappresentazioni esplicite particolarmente semplici trovate sia per l’equazione di Heisenberg [6], che l’equazione focusing NLS [29], è stato proposto un algoritmo che permette di costruire soluzioni solitoniche dell’equazione focusing NLS una volta assegnata una soluzione reflectionless di Heisenberg e viceversa. Questo algoritmo si basa sull’equivalenza fra l’equazione NLS e la cosiddetta equazione binormale e consente di interpretare geometricamente le soluzioni dell’equazioni di Heisenberg come curve sulla sfera unitaria. Tale algoritmo evidenzia come nel caso reflectionless i dati spettrali delle equazioni NLS e Heisenberg si preservi.

8. *Determinazione di soluzioni esatte per l’equazione matriciale nonlineare discreta di Schrödinger di tipo integrabile (IDNLS equation).* L’equazione IDNLS, rappresentando l’analogo

discreto dell'equazione nonlineare di Schrödinger (NLS), riveste un notevole interesse applicativo poichè interviene in importanti contesti quali, per esempio, la propagazione dei segnali nelle fibre ottiche e delle onde superficiali nell'oceano. Sono state condotte le seguenti ricerche:
A) Lo studio dettagliato, per il sistema matriciale discreto di Ablowitz-Ladik (AL), dei problemi di scattering diretto (consistente nella costruzione dei dati di scattering se sono assegnati i potenziali) e inverso (ricostruzione dei potenziali se sono noti i dati scattering). In particolare, sono state stabilite le proprietà di analiticità delle autofunzioni del sistema matriciale AL e dei coefficienti di trasmissione e riflessione. E' stato inoltre determinato un "nuovo" gruppo di equazioni integrali di Marchenko su cui basare il problema inverso. Mentre le soluzioni delle equazioni di Marchenko "tradizionali" del sistema AL consentono di ottenere la soluzione della IDNLS solo imponendo un' ulteriore condizione tecnica (la cosiddetta quasiscalarity condition), le soluzioni delle "nuove" equazioni di Marchenko sono legate alla soluzione della IDNLS da una semplice relazione algebrica. Poichè, nel caso in cui il coefficiente di riflessione sia nullo, le "nuove" equazioni di Marchenko possono essere esplicitamente risolte per separazione delle variabili, e quindi è stato possibile trovare soluzioni di tipo solitonico in forma chiusa della IDNLS. Tali soluzioni risultano essere più generali delle soluzioni solitoniche finora note in letteratura. E' stato anche dimostrato che, quando l'ampiezza del passo di discretizzazione tende a zero, tali soluzioni convergono alle soluzioni della NLS ottenute con l'analoga procedura risolutiva applicata nel caso continuo.
B) Lo sviluppo di un diverso approccio alla IDNLS tramite la IST. Tale approccio consiste nell'introduzione di un differente sistema discreto di Zakharov-Shabat rispetto a quello convenzionalmente usato. La possibilità di utilizzare un diverso sistema di Zakharov-Shabat deriva da una diversa approssimazione della derivata seconda rispetto alla variabile spaziale nella NLS. In particolare, discretizzando tale derivata con uno schema alle differenze centrali anzichè "forward", si perviene a un sistema discreto di Zakharov-Shabat diverso dal sistema di Ablowitz-Ladik. Per tale sistema sono stati sviluppati sia lo scattering diretto che quello inverso. Inoltre, in questo caso, la teoria dello scattering non richiede l'imposizione di alcuna delle condizioni tecniche (fra cui la quasiscalarity condition) che usualmente si richiedono per sviluppare la teoria dello scattering basata sul sistema discreto di Zakharov-Shabat "tradizionale". Infine, le equazioni di Marchenko con cui si formula lo scattering inverso sono proprio le "nuove" equazioni di cui si è detto al punto precedente.
I risultati appena descritti si trovano nei lavori [16] e [19].

2 Termodinamica Estesa. Nella tesi di laurea, dopo aver analizzato lo stato dell'arte relativamente alla versione relativistica della Termodinamica estesa, è stato analizzato un caso particolare ma significativo, cioè il caso di un gas ultrarelativistico. La trattazione analitica di questo problema riconduce alla risoluzione di un sistema di 14 equazioni in 14 variabili indipendenti. Questa situazione "base" può essere generalizzata prendendo in considerazione un qualsivoglia numero di variabili. In letteratura, tale generalizzazione è stata ottenuta seguendo due approcci diversi:

i) approccio cinetico, in cui i campi che appaiono nelle equazioni di bilancio sono espressi in termini della funzione di distribuzione;

ii) approccio macroscopico, in cui i campi non sono esplicitamente definiti tramite la funzione di distribuzione. In tale approccio si cerca di determinare il più generale quadripotenziale che origina i campi e ne preserva la simmetria.

In [39], seguendo un approccio macroscopico, si è analizzato il modello di un gas ultrarelativistico con un qualsivoglia numero di momenti (modello che in letteratura era stato studiato solo con un approccio cinetico) e si è determinata la soluzione esatta di tale modello. Il risultato conseguito ha evidenziato che i risultati ottenuti con l'approccio cinetico rientrano come caso particolare di quelli trovati con l'approccio macroscopico. Nel lavoro [30] è stato considerato il modello di un gas ultrarelativistico con un qualunque numero di momenti, nel caso in cui un campo elettromagnetico agisca come forza esterna. Seguendo, anche in questo caso, nuovamente un approccio di tipo macroscopico si è giunti a determinare e caratterizzare una famiglia di soluzioni soddisfacenti tale condizione aggiuntiva.
Nei lavori [15] e [18] lo studio dei gas ultrarelativistici è proseguito e ci si è posti l'obiettivo di calcolare le velocità d'onda seguendo sempre un approccio di tipo macroscopico. Infatti, le velocità d'onda erano già state determinate con un approccio cinetico e sorge quindi, in modo naturale, l'esigenza di confrontare i risultati ottenuti con i due approcci. In particolare, in un primo lavoro si è considerato il caso in cui il modello presenta 30 variabili indipendenti e si sono determinate tutte le velocità d'onda. E' stato perciò possibile constatare che esse coincidono con quelle calcolate con l'approccio cinetico nonostante le funzioni arbitrarie che compaiono nell'approccio macroscopico. Per verificare se questa è una caratteristica solo del modello con 30 momenti, è stato successivamente analizzato il caso più generale in cui il numero di momenti è arbitrario. Anche in questo caso sono state calcolate tutte le velocità d'onda ed è stato verificato che sono le stesse di quelle che provengono dall'approccio cinetico. Un altro dei più significativi risultati raggiunti è quello di avere stabilito che il sistema avente come soluzioni le velocità d'onda si può dividere in sottosistemi indipendenti (ciascuno dei quali di più facile risoluzione).
I restanti lavori [36], [37], [38], [34], [31] possono inquadrarsi nell'ambito della cosiddetta Termodinamica costitutiva che si occupa di imporre i principi di entropia, relatività, causalità e convessità alle funzioni costitutive, dipendenti cioè dai campi basilari, che appaiono nelle equazioni di bilancio, in modo da ottenere sistemi di equazioni in cui il numero di incognite (i campi basilari) eguagliano il numero delle equazioni.
3 Ottica Geometrica. Nell'ambito dell'ottica geometrica che, come è ben noto, è caratterizzata dal tendere a zero della lunghezza d'onda, in [10] è stato analizzato il seguente problema inverso: Assegnata, in un mezzo tridimensionale non omogeneo e isotropo, una famiglia a due parametri di curve tali che per ogni punto dello spazio passi una ed una sola curva della famiglia, determinare l'indice di rifrazione del mezzo in modo che la luce si propaghi nel mezzo lungo le curve della famiglia. Tale problema inverso è stato risolto sia sfruttando il principio di Fermat che utilizzando l'equazione iconale. Inoltre, le due diverse procedure utilizzate sono state confrontate fra di loro.

Argomenti di ricerca attuali

La ricerca attuale riguarda le seguenti tematiche:

- **Equazione focusing (simmetrica) NLS con condizioni nonvanishing:** Determinazione, mediante applicazione del metodo delle triplette, di soluzioni esplicite per tale equazione e delle espressioni della curvatura e della torsione corrispondenti alle curve descritte dai filetti vorticosi associati con tali soluzioni solitoniche.

- **Equazione di Landau-Lifshitz:** Sviluppo delle teorie di scattering (diretto e inverso) per il problema agli autovalori associato all'equazione di Landau-Lifshitz. In particolare, determinazione in forma chiusa di soluzioni per tale equazione esprimibili in termini di funzioni elementari. Queste ricerche sono motivate da recenti osservazioni sperimentali che hanno evidenziato la propagazione, in sistemi ferromagnetici con un asse di simmetria su scala nanometrica, dei cosiddetti "magnetic-droplet solitons". L'equazione che modellizza tali sistemi è appunto l'equazione di Landau-Lifshitz (LL). Finora si conoscono poche soluzioni di tipo solitonico per la LL perciò diventa importante determinare una classe più ampia di soluzioni solitoniche (magnetiche) tramite la IST. Il problema agli autovalori associato con la LL non è il sistema di ZS e la teoria dello scattering diretto e inverso per questo problema agli autovalori presenta, allo stato attuale, notevoli lacune. In particolare, sarebbe opportuno sviluppare una più rigorosa formulazione del problema di scattering inverso. Questo consentirebbe, infatti, di applicare le tecniche usate con successo per la risoluzione delle equazioni integrabili studiate precedentemente e pervenire ad una più ampia classe di soluzioni solitoniche.

Si autorizza il trattamento dei dati personali ai sensi del D. Lgs. 196 del 30 Giugno 2003 art. 13.

Cagliari, 24 gennaio 2023

Francesco Demontis