1ª Prova parziale di Analisi Matematica I (1)

22/11/2006

(civili + ambientali)

Nome……………………………………………..

Matricola…………………………………………

1) Data la funzione $f(x) = 2tg\, x + \ln(1 - \cos x)$
   a) determinare il campo di esistenza,
   b) calcolare il limite $\lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} f(x)$.
2) Definizione di limite finito: $\lim_{x \to x_0} f(x) = l$.
3) Dato il numero complesso $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i$:
   a) scrivere la forma trigonometrica,
   b) calcolare $\frac{1}{z}$,
   c) calcolare le tre radici $\sqrt[3]{z}$.
4) Enunciare e dimostrare il Teorema di Fermat sui punti stazionari. Fare un esempio.

1ª Prova parziale di Analisi Matematica I (2)

22/11/2006

(civili + ambientali)

Nome……………………………………………..

Matricola…………………………………………

1) Definizione di derivata prima di una funzione in un punto x_0 e suo significato geometrico. Utilizzando la definizione calcolare la derivata di $f(x)=e^x$.
2) Risolvere in campo complesso l'equazione $z^4 + 1 = 0$ e rappresentare le soluzioni nel piano di Gauss.
3) Data la funzione $f(x) = \frac{\ln(x-1)}{\sqrt{x^2 - 4}}$,
   a) determinare il campo di esistenza,
   b) calcolare il limite $\lim_{x \to 2^+} f(x)$.
4) Enunciare e dimostrare il teorema della permanenza del segno per una funzione continua.

1ª Prova parziale di Analisi Matematica I (3)

22/11/2006

(civili + ambientali)

Nome……………………………………………..

Matricola…………………………………………

1) Dato il numero complesso $z = -27i$, calcolare le tre radici cubiche e disegnarle nel piano di Gauss.
2) Enunciare e dimostrare il teorema sulla derivazione delle funzioni composte. Calcolare la derivata della funzione $g(x) = e^{\frac{1}{x}}$.
3) Data la funzione $f(x) = \ln\left(\frac{3+x^2}{x-2}\right)$:
   a) calcolare il campo di definizione;
   b) calcolare il limite $\lim_{x\to 2^+} f(x)$.
4) Definizione di funzione continua in un punto. Vari punti di discontinuità.

1ª Prova parziale di Analisi Matematica I (4)

22/11/2006

(civili + ambientali)

Nome……………………………………………..

Matricola…………………………………………

1) Enunciare e dimostrare il teorema di unicità del limite finito.
2) Definizione di funzione derivabile in un punto. Vari punti di non derivabilità (esempi).
3) Data la funzione $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{e^{\frac{1}{x^2-4}}}$:
   a) calcolare il campo di definizione,
   b) dare la definizione di funzione continua in un punto e utilizzandola dire se f(x) è continua in x = 2.
4) Calcolare in campo complesso $z = \left(\sqrt{3} + i\right)^3$ e rappresentarlo nel piano di Gauss.

1ª Prova parziale di Analisi Matematica I (5)

22/11/2006

(civili + ambientali)

Nome……………………………………………..

Matricola…………………………………………

1) Utilizzando i limiti notevoli calcolare il limite $\lim_{x \to 0} \frac{2\, tgx}{\ln(x+1)}$.
2) Dati i numeri complessi $z_1 = 1 - i$, $z_2 = 1 + i$,
   a) scriverli in forma trigonometrica,
   b) calcolare $z_1 \cdot z_2$
3) Enunciare il teorema di Weierstrass per l'esistenza dei massimi e minimi assoluti. Dire se la funzione f(x) = arctg (x-2) ha massimi e minimi assoluti nel suo intervallo di definizione.
4) Data la funzione $y = \left(\sqrt{\frac{x}{2}}\right) \ln\left(1 - x^2\right)$:
   a) calcolare il campo di definizione,
   b) calcolare la sua derivata prima.

1ª Prova parziale di Analisi Matematica I (6)

22/11/2006

(civili + ambientali)

Nome……………………………………………..

Matricola…………………………………………

1) Enunciare e dimostrare il teorema sulla derivata del prodotto di due funzioni.
2) Utilizzando i limiti notevoli, calcolare il limite $\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos 2x}{\sqrt{x}}$.
3) Radici n-esime di un numero complesso e loro rappresentazione nel piano di Gauss.
4) Data la funzione $f(x) = \frac{e^{\sqrt{1-x^2}}}{arcsenx}$,
   a) calcolare il campo di esistenza,
   b) calcolare $f'(x)$.

1^a Prova parziale di Analisi Matematica I (7)

22/11/2006

(civili + ambientali)

Nome…………………………………………………..

Matricola…………………………………………

1) Risolvere in campo complesso l'equazione $z^3 + i = 0$.
2) Dimostrare che se una funzione è derivabile in un punto è anche continua. Fare un esempio e un controesempio .
3) Data la funzione $f(x) = \arcsin \ln(x-1)$:
    a) calcolare il campo di esistenza,
    b) scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f(x) in x = 2.
4) Utilizzando i limiti notevoli calcolare il limite $\lim_{x\to\pi} \frac{3sen(x-\pi)}{e^{(x-\pi)}-1}$.

1^a Prova parziale di Analisi Matematica I (8)

22/11/2006

(civili + ambientali)

Nome…………………………………………………..

Matricola…………………………………………

1) Utilizzando i limiti notevoli calcolare il limite $\lim_{x\to 2} \frac{tg^3(x-2)}{1-\cos(x-2)}$.
2) Formula di De Moivre per il calcolo della potenza n-esima di un numero complesso (z^n). Calcolare $(1+i)^8$.
3) Teoremi sulle operazioni algebriche dei limiti di funzione. Dimostrarne uno a scelta.
4) Data la funzione $f(x) = arctg \frac{\ln x}{\sqrt{1-x}}$:
    a) calcolare il campo di esistenza,
    b) calcolare $f'(x)$.

Prova scritta di Analisi Matematica I (A)
(27/02/2007)

Nome…………………………………….
Matricola………………………………...

1) Calcolare l'integrale $\int \frac{1}{x\sqrt{\ln x}}dx$. Determinare un intervallo [a,b] in cui $f(x)=\frac{1}{x\sqrt{\ln x}}$ sia integrabile secondo Riemann e motivare la risposta. Dire se è convergente e calcolare $\int_1^e \frac{1}{x\sqrt{\ln x}}dx$.
2) Data la funzione $f(x)=e^x\sqrt{x-1}$, tracciare il grafico illustrando i passaggi fondamentali.
3) Definizione di serie telescopica, discutere teoricamente la sua convergenza. Dire se la seguente serie converge $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n}\right)$.
4) Definizione di funzione continua e di funzione derivabile in un punto x_0. Enunciare e dimostrare il Teorema di Rolle.
5) Definizione di funzione infinitesima in un punto x_0 e confronto tra infinitesimi. Fare un esempio.

Prova scritta di Analisi Matematica I (B)
(27/02/2007)

Nome…………………………………….
Matricola………………………………...

1) Data la funzione $f(x)=e^{-x}\sqrt{x+1}$, tracciare il grafico illustrando i passaggi fondamentali.
2) Serie geometrica e sua convergenza. Dire per quali valori di $x\in\Re$ la seguente serie converge $\sum_{n=0}^{+\infty}(x^2-4)^n$.
3) Definizione di derivata prima di una funzione f(x) in un punto x_0 e suo significato geometrico. Enunciare e dimostrare il Teorema sulla derivazione del prodotto di due funzioni $(f\cdot g)'$.
4) Definizione di funzione infinita in un punto x_0 e confronto tra infiniti. Fare un esempio.
5) Condizione necessaria affinché una funzione f(x) sia integrabile secondo Riemann. Calcolare l'integrale $\int xe^x dx$. Dire se è convergente e calcolare $\int_{-\infty}^{0} xe^x dx$.