

Henri Poincaré

Francesco Paoli

Filosofia della scienza, 2023-24

Henri Poincaré (1854-1912)



Nel 1873 Poincaré fallì l'esame di ammissione per l'École Normale. Nelle parole dell'amico Appell:

Poincaré, che non vedeva alcun interesse matematico nel disegnare linee a memoria ed era annoiato dal compito di fare un disegno preciso, preferì, una volta raccolti i dati, trovare l'equazione della proiezione della curva di intersezione mediante calcoli. Trovò quindi questa curva con un grado di perfezione che le costruzioni classiche non consentivano. Nel disegnarla su carta, però, si distrasse e la rovesciò, ruotandola di 180° . L'esaminatore fu affascinato da questa soluzione al contempo inesatta e perfetta.

Poincaré pensava in strada quando si recava alla Sorbona, quando andava a qualche riunione scientifica o quando, dopo colazione, si dedicava a una di quelle lunghe camminate che era solito fare. Pensava in anticamera, o nell'aula in cui si tenevano i consigli d'Istituto, deambulando a piccoli passi, col volto teso, e agitando il suo mazzo di chiavi. Pensava a tavola, durante le riunioni di famiglia, persino in salotto, interrompendosi sovente nel bel mezzo della conversazione, e piantando in asso il suo interlocutore [...] L'intero lavoro di scoperta era fatto [...] a mente, senza che egli avesse bisogno, nella maggior parte dei casi, di controllare i calcoli per iscritto o di fissare le dimostrazioni sulla carta. Aspettava che la verità piombasse su di lui come un fulmine, e contava sulla sua eccellente memoria per conservarla (Lettera di M.P. Boutroux a M. Mittag-Leffler).

Traduzioni italiane

- La Scienza e l'Ipotesi (1902).
- Il valore della scienza (1905)
- Scienza e metodo (1908).
- Geometria e caso. Scritti di matematica e fisica.
- Ultimi pensieri (1913).

Altre opere

- Théorie des tourbillons (1893).
- Electricité et Optique (1901).
- La théorie de Maxwell et les oscillations hertziennes (1907).
- Leçons de mécanique céleste (3 voll., 1907)
- Thermodynamique (1908).
- Leçons sur les hypothèses cosmogoniques (1911).
- Calcul des probabilités (1912).

- Prima di Poincaré, le geometrie non euclidee erano un ambito di ricerca sconnesso dagli altri settori della matematica. Nel 1880, Poincaré mostra come sia possibile applicare le geometrie non euclidee allo studio delle *funzioni fuchsiane* (oggi dette forme automorfe), trovando così importanti connessioni con l'analisi matematica.
- Nel 1895, Poincaré pubblica il lavoro *Analysis Situs*, nel quale fonda la disciplina della topologia algebrica (teoria dell'omotopia, concetto di gruppo fondamentale di una varietà).
- In una serie di lavori, infine, prendendo lo spunto da ricerche di Riemann, Cremona e Segre, dà contributi fondamentali alla geometria algebrica.

L'apriorismo kantiano è incompatibile con le geometrie non euclidee e con la non-contraddittorietà della negazione dell'assioma delle parallele:

Sono [gli assiomi geometrici] sintetici a priori, come voleva Kant? Allora, si imporrebbero a noi con una forza tale che non ne potremmo concepire la proposizione contraria, né su di essa costruire un edificio teorico. Non vi sarebbero geometrie non euclidee (SH, p. 83).

Critiche all'empirismo

- Non può esistere alcun esperimento cruciale che sia in contraddizione né con il postulato delle parallele, né con la geometria iperbolica o ellittica.
- Si può pensare ad esempio di scegliere tra queste geometrie misurando la somma degli angoli interni di un triangolo molto grande.
- Se scopriremo che è maggiore di 180° , in accordo con la geometria di Riemann, potremmo rinunciare alla geometria euclidea oppure modificare le leggi dell'ottica, ammettendo che la luce non si propaghi in linea retta. Quest'ultima soluzione è indubbiamente la più vantaggiosa.
- Inoltre, se fosse vero l'empirismo geometrico la geometria non sarebbe una scienza esatta, ma una scienza soggetta a continue revisioni e in un certo senso già confutata, perché in natura non ci sono solidi rigorosamente invariabili.

Il convenzionalismo geometrico (1)

- Gli assiomi geometrici sono *convenzioni*, o *definizioni mascherate*. Le diverse geometrie sono sistemi linguistici alcuni dei quali sono tra loro intertraducibili.
- I concetti e i principi geometrici, però, traggono origine dall'esperienza in quanto generalizzazioni empiriche idealizzate.
- Le convenzioni geometriche rimangono rigorosamente vere anche quando le leggi sperimentali che ne determinano l'adozione sono riconosciute come approssimate.
- Nello scegliere la geometria più comoda siamo guidati dal desiderio di scegliere quella che si adatta meglio ai dati sperimentali, ma tale scelta è libera, limitata solo dalla necessità di evitare contraddizioni.
- Non ha senso dire che una geometria è vera e un'altra falsa: una geometria può essere solo più o meno comoda di un'altra.
- La geometria euclidea è la più comoda di tutte, sia perché è la più semplice, sia perché si accorda bene con le proprietà dei solidi naturali.

Il convenzionalismo geometrico (2)

Esempio: la nozione di *congruenza* (es. di segmenti, di figure piane) si può definire per sovrapposibilità. In tal modo, però, presupponiamo l'invarianza per moti rigidi, e quindi la nozione di congruenza. Si tratta quindi di un assioma.

L'esperienza non decide quale tra la geometria euclidea e quelle non-euclidee sia quella vera. L'esperienza ci presenta triangoli rettilinei e triangoli curvilinei; dare ai lati dei primi il nome di segmenti significa scegliere la geometria euclidea, dare ai lati dei secondi il nome di segmenti significa scegliere una geometria non-euclidea.

Poiché, inoltre, misuriamo sempre il rapporto tra una grandezza e uno strumento, non sappiamo se a variare sia stata la grandezza o lo strumento.

- Le leggi fisiche più generali (ad esempio i principi della dinamica) non sono a priori: sono leggi verificate sperimentalmente in alcuni casi particolari, che possono essere estese a casi generali per i quali, però, l'esperienza non può né confermarle né smentirle.
- Se applicate a sistemi idealizzati (es. sistemi isolati, o l'intero universo), hanno il valore di postulati o definizioni.
- Poiché i sistemi fisici reali non sono idealizzati, è l'esperienza a dirci che in questi sistemi i principi della fisica sono approssimativamente veri.
- I principi della fisica, quindi, nascono dall'esperienza, ma l'esperienza non potrà mai contraddirli.

Esempio: il secondo principio della dinamica

- Il secondo principio della dinamica ($F = ma$) è una legge empirica?
- La migliore definizione di forza è quella che ci dice che due forze sono uguali se, applicate alla stessa massa, imprimono la stessa accelerazione. Quindi questa legge è una definizione mascherata.
- Ma che cos'è la massa? Un coefficiente che è comodo introdurre nei calcoli. Se attribuissimo a tutte le masse valori diversi, non si avrebbe contraddizione con l'esperienza né con i principi della dinamica: solo equazioni meno semplici.

Convenzionalismo geometrico e fisico: differenze

- I principi generali della fisica sono convenzioni, ma hanno un valore di verità; si fondano sul risultato di esperimenti, anche se l'esperienza non può capovolgerli. Le convenzioni geometriche, invece, non sono né vere né false, come non è né vero né falso il sistema metrico decimale.
- Il nominalismo è la dottrina, insostenibile, secondo cui non solo i principi generali, ma anche le loro approssimazioni sperimentali sono convenzionali.

“Se [la facoltà di generalizzare] ci venisse interdetta, la scienza non potrebbe esistere, o, almeno, ridotta a una sorta di inventario, alla constatazione dei fatti isolati, non avrebbe per noi alcun pregio, in quanto non sarebbe più in grado di soddisfare il nostro bisogno di ordine e di armonia, e al contempo sarebbe incapace di prevedere. [...] Ogni proposizione può, però, essere generalizzata in un'infinità di modi. Tra tutte le generalizzazioni possibili bisogna che noi scegliamo e non possiamo che scegliere che la più semplice. Siamo dunque condotti ad agire come se una legge semplice fosse, a parità di tutte le altre circostanze, più probabile di una legge complicata” [SH, pp. 197-199]

La costruzione dello spazio rappresentativo (1)

Le esperienze ci fanno conoscere solo i rapporti dei corpi tra loro, non i rapporti dei corpi con lo spazio. Le relazioni metriche possono essere attribuite solo ricorrendo a qualche convenzione.

Cambiamenti esterni: non sono accompagnati da sensazioni muscolari;

cambiamenti interni: sono accompagnati da sensazioni muscolari.

Spostamenti (cambiamenti di posizione): cambiamenti esterni che possono essere corretti con movimenti che ripristinano la stessa posizione relativa con l'oggetto mobile.

L'oggetto della geometria sono le leggi degli spostamenti. Poiché è possibile imporre leggi diverse agli spostamenti, sono possibili diverse geometrie.

La costruzione dello spazio rappresentativo (2)

Immaginiamo per esempio una sfera con un emisfero blu e l'altro rosso, che inizialmente ci presenti l'emisfero blu per poi ruotare su se stessa in modo da presentarci l'emisfero rosso. Si esamini ora un recipiente sferico contenente un liquido blu che diventa rosso in seguito a una reazione chimica. In entrambi i casi la sensazione blu è stata sostituita da quella rossa; i nostri sensi hanno provato le stesse impressioni nello stesso ordine di successione e tuttavia consideriamo i due cambiamenti molto diversi: il primo è uno spostamento, il secondo un cambiamento di stato.

Infatti nel primo caso è sufficiente girare intorno alla sfera per posizionarsi di fronte all'emisfero rosso e ristabilire la sensazione rossa primitiva (VS, p. 72).

La costruzione dello spazio rappresentativo (3)

Valutiamo i cambiamenti di posizione solo rispetto al sistema di riferimento del nostro corpo: localizzare un oggetto nello spazio significa rappresentarsi i movimenti necessari per raggiungerlo.

Se un oggetto A ha una certa posizione rispetto a noi, che viene successivamente occupata da un oggetto B , le impressioni suscitate in noi da A e B sono molto diverse; ciò che li accomuna è che dobbiamo fare gli stessi movimenti per raggiungerli.

Per un essere totalmente immobile non esiste spazio: gli spostamenti non sono attribuiti a cambiamenti di posizione, ma a cambiamenti di stato.

Dalla costruzione dello “spazio ristretto” si passa allo “spazio allargato” (es. distanze astronomiche), in cui i movimenti necessari per raggiungere corpi sono immaginati in riferimento a un corpo dilatato.

Il concetto di dimensione

Poincaré: possono esistere continui spaziali di diverse dimensioni, caratterizzati dal fatto che le nostre impressioni sensoriali ci impediscono di distinguere punti che sono sufficientemente vicini tra loro.

I punti sono continui 0-dimensionali. Le rette sono continui unidimensionali, perché possono essere divise in due parti mediante un punto. In generale, un continuo n -dimensionale può essere diviso in due parti mediante un continuo $n - 1$ -dimensionale,

Le mutue relazioni tra fenomeni che osserviamo assumono una forma particolarmente semplice quando assumiamo che lo spazio rappresentativo sia tridimensionale.