

# Corso di Idraulica per allievi Ingegneri Civili e Ambientali

## Esercitazione n° 7

Il serbatoio di compenso giornaliero di un abitato costiero dotato di insediamenti turistici deve essere alimentato mediante un impianto di pompaggio. L'analisi preliminare dello stato dei luoghi, della condotta di adduzione esterna preesistente e della posizione del serbatoio di compenso hanno determinato la collocazione della stazione di pompaggio alla distanza di 200 m dal serbatoio. In relazione alla variabilità annuale e mensile dei consumi idropotabili della popolazione residente e alla distribuzione dei fabbisogni per usi turistici nella stagione estiva, sono stati determinati una portata media annua  $Q_{med} = 70 \text{ l/s}$  e una portata media giornaliera del giorno di massimo consumo  $Q_{max} = 130 \text{ l/s}$ , entrambe ipotizzate costanti lungo il periodo di vita utile dell'opera.

Si richiede di dimensionare l'impianto di pompaggio limitatamente alle condotte di aspirazione e di mandata, da realizzarsi mediante tubazioni di acciaio senza saldatura, e alla scelta della pompa (elettropompa), per la quale l'allievo/a può fare riferimento ai cataloghi dei produttori disponibili.

Più specificamente, assegnati i parametri della curva dei costi unitari di impianto,  $\omega_0$ ,  $\omega$ , ed  $\varepsilon$ , il costo del chilowattora,  $C_{kWh}$ , il coefficiente comprensivo dell'ammortamento della spesa di impianto e dei costi di manutenzione annui,  $r$ , il rendimento previsto della pompa,  $\eta$ , le scabrezze di Strickler rispettivamente dei tubi nuovi e dei tubi vecchi,  $k_{s\_n}$  e  $k_{s\_v}$ , le quote piezometriche della vasca di presa e dello sbocco in atmosfera della mandata nel serbatoio di compenso,  $h_A$  e  $h_B$ , e il battente geodetico di aspirazione  $H_{gb}$ , si richiede di:

- 1) Determinare il diametro nominale DN delle condotte di aspirazione e di mandata;
- 2) Scegliere l'elettropompa da asservire all'impianto, che si assume l'unica in servizio regolare;
- 3) Eseguire la verifica della condotta nelle condizioni più gravose (portata massima, tubi vecchi)
- 4) Eseguire la verifica delle depressioni massime nella condotta di aspirazione e nella pompa;
- 5) Determinare la portata che la pompa solleverebbe a tubi nuovi e il carico  $\Delta H_L$  che dovrebbe essere assorbito da una valvola riduttrice di pressione affinché la portata resti uguale al valore di progetto.

Dati:

- |                                 |  |   |
|---------------------------------|--|---|
| – $L_1 = 2 \text{ m}$ ;         | – $\omega_0 = 10 \text{ €/ anno m}$ ;        | – $k_{s\_v} = 70 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$ (tubi vecchi); |
| – $L_2 = 200 \text{ m}$ ;       | – $\omega = 3000 \text{ €/ anno m}^{2,48}$ ; | – $k_{s\_n} = 100 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$ (tubi nuovi)  |
| – $Q_{med} = 70 \text{ l/s}$ ;  | – $\varepsilon = 1.48$ ;                     | – $\eta = 0,8$  |
| – $Q_{max} = 130 \text{ l/s}$ ; | – $r = 0,10$ ;                               | – $C_c = 0,61$ (imbocco aspirazione)                      |
| – $h_A = 15,0 \text{ m}$ ;      | – $H_{gb} = 1,0 \text{ m}$ ;                 | – $\gamma = 9806 \text{ N m}^{-3}$ ;                      |
| – $z_C = 71,0 \text{ m}$ ;      | – $T = 10^\circ\text{C}$                     | – $C_{kWh} = 0,15 \text{ €/kWh}$ ;                        |

Nella Tabella 1 sono riportate le caratteristiche dimensionali (diametro esterno,  $\varnothing_{est}$ ; diametro interno,  $\varnothing_{int} = \varnothing_{est} - 2s$ ; spessore  $s$ ), il peso ed il costo unitario aggiornato delle tubazioni prescelte in acciaio senza saldature e il costo dell'opera finita risultante dall'analisi dei prezzi. DN rappresenta il *diametro nominale*, soltanto indicativo della sezione del tubo ma, in generale, non coincidente con alcuno dei diametri geometrici (interno o esterno). I calcoli dovranno effettuarsi con riferimento ai diametri interni, previa espressione di tutte le grandezze in unità coerenti.

Tabella 1. Dati delle tubazioni in acciaio senza saldatura con risultati dell'analisi dei prezzi.

DN	$\varnothing_{est}$	$\varnothing_{int}$	spessore	Peso tubo (kp/m)		Prezzo tubo	Costo in opera	Costo in opera
mm	mm	mm	mm	Grezzo	riv. pes.	€/m	€/m	€
40	48.3	43.1	2.6	2.9	3.9	15.5	39.96	7 992
50	60.3	54.5	2.9	4.1	5.3	16.8	48.43	9 686
65	76.1	70.3	2.9	5.2	6.6	21.3	69.04	13 808
80	88.9	82.5	3.2	6.8	8.6	24.6	84.60	16 920
100	114.3	106.3	4.0	10.9	13.1	31.7	115.38	23 076
125	139.7	130.7	4.5	15.0	18.1	42.0	166.79	33 358
150	168.3	159.3	4.5	18.2	22.2	54.5	211.64	42 328
200	219.1	207.9	5.6	29.5	34.5	87.5	309.00	61 800
250	273.0	260.4	6.3	41.4	47.9	154.1	422.10	84 420
300	323.9	309.7	7.1	55.5	63.5	233.9	523.89	104 778
350	355.6	341.4	7.1	61.0	71.0	247.8	600.45	120 090
400	406.4	390.4	8.0	78.6	90.1	284.1	686.92	137 384
450	457.2	441.2	8.0	88.6	104.1	334.0	764.68	152 936
500	508.0	490.4	8.8	108.0	125.0	405.7	842.74	168 548

### Schema di soluzione

- 1) Il funzionamento del sistema idraulico serbatoio di carico-aspirazione-pompa-mandata-sbocco, rappresentato schematicamente in Figura 1, è rappresentato dall'equazione caratteristica della condotta, dedotta dalla legge di Bernoulli generalizzata applicata al sistema:

$$H_A - H_C = 0,5 \frac{U_1^2}{2g} + \frac{U_1^2}{\chi_1^2 \mathfrak{R}_1} L_1 + \xi_1 \frac{U_1^2}{2g} - \Delta H + \xi_2 \frac{U_2^2}{2g} + \frac{U_2^2}{\chi_2^2 \mathfrak{R}_2} L_2, \quad (1)$$

con:

$$H_A = z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{U_A^2}{2g} \cong z_A + \frac{p_A}{\gamma} = h_A \quad (2)$$

$$H_C = z_C + \frac{p_C}{\gamma} + \frac{U_C^2}{2g} = z_C + \frac{U_C^2}{2g}, \quad (3)$$

per uno sbocco in atmosfera ( $p_C = 0$ ), in cui  $\Omega$  è la sezione della tubazione,  $\mathfrak{R} = D/4$  il suo raggio idraulico, il coefficiente di Chezy,  $\chi$ , è qui espresso dalla formula di Gauckler-Strickler:

$$\chi = k_s \mathfrak{R}^{1/6}, \quad (4)$$

$\xi_1$  e  $\xi_2$  sono coefficienti relativi a perdita di carico localizzate determinate da eventuali elementi di raccordo e/o di regolazione disposti sulle condotte di aspirazione e di mandata, non riportati nello schema di Figura 1.

Esprimendo le velocità medie in funzione della portata nella (1) ed elaborando, si ottiene:

$$\Delta H = z_C - h_A + Q^2 \left( \frac{0,5}{2g\Omega_1^2} + \frac{4L_1}{\chi_1^2 \Omega_1^2 D_1} + \frac{\xi_1}{2g\Omega_1^2} + \frac{\xi_2}{2g\Omega_2^2} + \frac{4L_2}{\chi_2^2 \Omega_2^2 D_2} + \frac{1}{2g\Omega_2^2} \right) = \Delta H_g + KQ^2 \quad (5)$$

in cui il termine

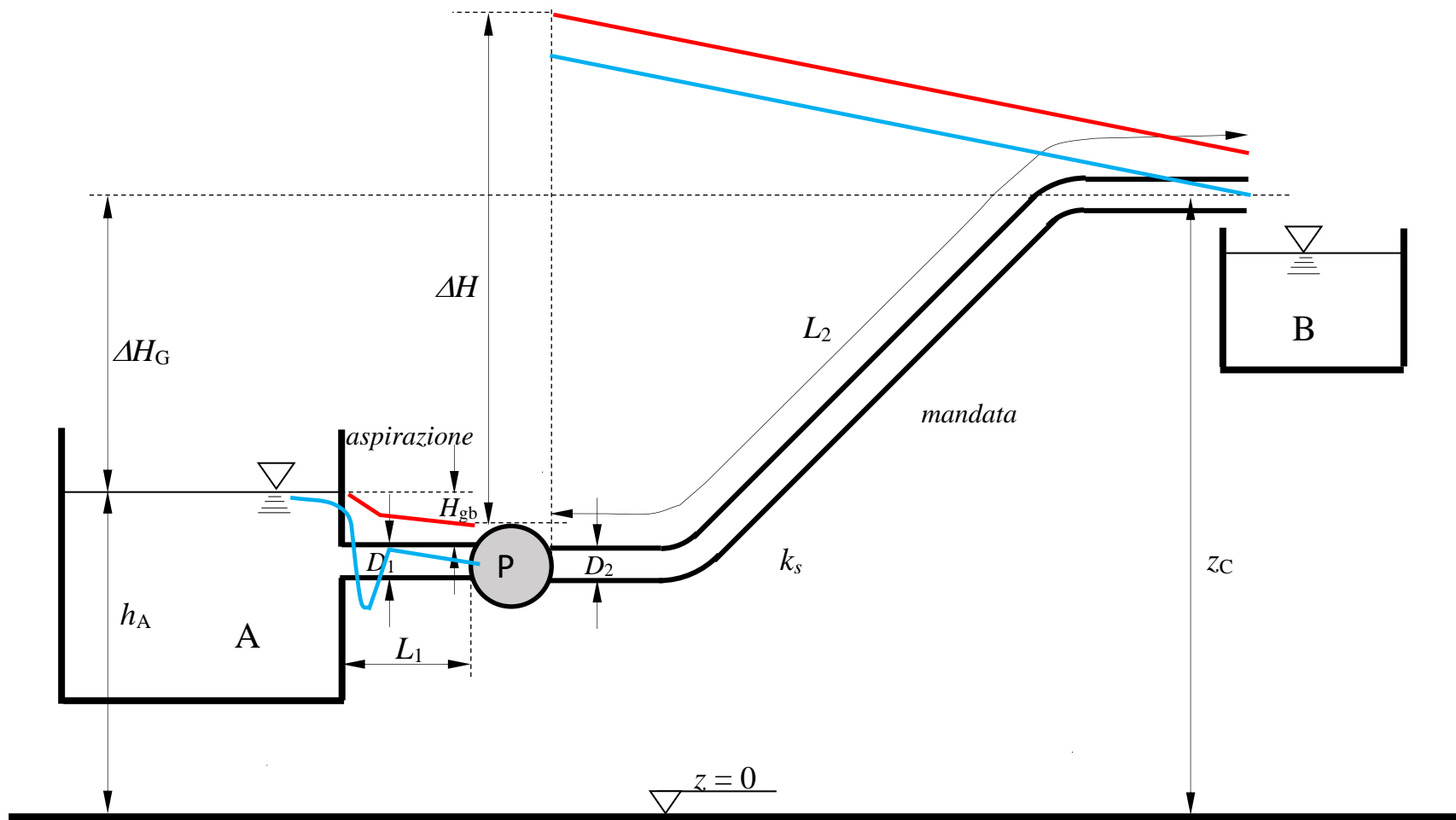


Figura 1. Schema di condotta in pressione con impianto di pompaggio.

$$K = \frac{0,5}{2g\Omega_1^2} + \frac{4L_1}{\chi_1^2\Omega_1^2D_1} + \frac{\xi_1}{2g\Omega_1^2} + \frac{\xi_2}{2g\Omega_2^2} + \frac{4L_2}{\chi_2^2\Omega_2^2D_2} + \frac{1}{2g\Omega_2^2} \quad (6)$$

è noto nel problema di verifica (assegnate le caratteristiche della condotta – diametri, lunghezze e scabrezze – e della pompa, determinare la portata) e incognito nel problema di progetto (note portata, lunghezze e scabrezza di riferimento, determinare i diametri e il tipo di pompa), mentre:

$$\Delta H_g = z_C - h_A \quad (7)$$

è la *prevalenza geodetica*, da assumersi nota nei problemi sia di progetto che di verifica.

Nel problema di progetto, conviene assumere di realizzare l'intero impianto (aspirazione e mandata, di lunghezza complessiva  $L = L_1 + L_2$ ) con uno stesso diametro  $D$  – costituente, assieme alla prevalenza totale, l'incognita del problema – nonché di poter trascurare le perdite di carico localizzate. Esprimendo la cadente nella forma monomia:

$$j = kQ^2D^{-n} \quad (8)$$

con

$$k = \frac{4^{10/3}}{k_s^2\pi^2}, \quad n = \frac{16}{3} = 5,333. \quad (9)$$

si ottiene la seguente espressione dell'equazione caratteristica della condotta:

$$\Delta H = \Delta H_g + kQ^2D^{-n}L \quad (10)$$

L'equazione (10) non è sufficiente per risolvere univocamente il problema di progetto, essendo incogniti sia il diametro che la prevalenza totale. Il diametro si ottiene minimizzando i costi totali da sostenere per la costruzione e l'esercizio dell'impianto (*diametro di massimo tornaconto*).

Interpolando i risultati dalle analisi dei prezzi per la gamma di diametri disponibile in commercio, i costi di impianto per unità di lunghezza di condotta vengono espressi nella forma:

$$c_i = \omega_0 + \omega D^\varepsilon \quad (11)$$

con  $\varepsilon = 1 \div 2$ , da cui si ottengono i costi di impianto per l'intera condotta:

$$C_i = c_i L. \quad (12)$$

I costi di esercizio (spesa per energia elettrica) per il sollevamento della portata  $Q$  per un numero  $T_a$  di ore annuo con una elettropompa di rendimento  $\eta$  si esprimono come:

$$C_e = c_{kWh} \frac{\gamma Q \Delta H}{1000 \eta} T_a = c_{kWh} \frac{\gamma Q (\Delta H_g + kQ^2 D^{-n} L)}{1000 \eta} T_a. \quad (13)$$

Costi di impianto e costi di esercizio e manutenzione non sono omogenei, perché i primi vengono sostenuti nel limitato periodo di tempo della costruzione dell'opera, mentre i secondi sono sostenuti annualmente per tutta la vita utile dell'opera. I costi di costruzione vengono quindi riportati a una rata annua equivalente attraverso i metodi della matematica finanziaria,

applicandovi un coefficiente  $r_a$  il cui valore dipende dal tasso di interesse con cui viene remunerato il capitale investito e dalla durata dell'ammortamento, coincidente con la vita utile dell'opera.

I costi annui di manutenzione possono valutarsi in proporzione al costo di impianto, secondo un coefficiente  $r_m$ , dipendente essenzialmente dal tipo di materiale costituente la condotta. Posto  $r = r_a + r_m$ , i costi annualizzati di impianto e per manutenzione si esprimono quindi come:

$$rC_i = rc_i L \quad (14)$$

In definitiva, il costo totale annualizzato (*passività*) è dato da:

$$P = rC_i + C_e = r(\omega_0 + \omega D^\varepsilon) L + c_{kwh} \frac{\gamma Q (\Delta H_g + k Q^2 D^{-n} L)}{1000 \eta} T_a, \quad (15)$$

I costi di impianto e manutenzione della condotta crescono indefinitamente all'aumentare del diametro, mentre i costi di esercizio crescono indefinitamente al diminuire dei diametri. Deve quindi esistere un valore del diametro in corrispondenza del quale la passività assume un valore minimo. Tale valore può essere determinato annullando la derivata prima della passività:

$$\frac{\partial P}{\partial D} = \varepsilon r \omega D^{\varepsilon-1} - n \psi Q^3 D^{-(n+1)} = 0 \quad (16)$$

avendo posto:

$$\psi = \frac{c_{kwh} \gamma k}{1000 \eta} T_a. \quad (17)$$

dalla quale si ottiene infine l'espressione del diametro di massimo tornaconto:

$$D_t = \left( \frac{n \psi Q^3}{\varepsilon r \omega} \right)^{\frac{1}{n+\varepsilon}}. \quad (18)$$

Essendo  $n + \varepsilon \cong 7$ , il valore del diametro di massimo tornaconto non è molto sensibile a errori nella specificazione dei parametri contenuti nella (18). In effetti, sono affetti da incertezze, quanto meno, il costo del chilowattora, perché non è dato conoscere l'evoluzione della grandezza nel corso della vita utile dell'opera; il rendimento della macchina, perché in questa fase del progetto la pompa deve ancora essere scelta; la scabrezza della tubazione, per l'incertezza sia sul valore a tubi vecchi che sulla variazione della grandezza nel tempo; sono infine affette da incertezze le stesse portate, perché anche i fabbisogni idrici possono variare rispetto alle previsioni contenute nel piano regolatore degli acquedotti vigente nell'area di intervento (in Sardegna noto come NPRGA: Nuovo Piano Regolatore Generale degli Acquedotti), in relazione a variazioni nella popolazione residente e fluttuante e nelle dotazioni idriche, espresse in litri per abitante al giorno (l/ab giorno).

Per il costo del chilowattora, la scabrezza e il rendimento della pompa sarà necessario ipotizzare dei valori plausibili. In particolare, per quanto riguarda la scabrezza, si può adottare un valore medio fra quelli reperibili nei manuali per tubi nuovi e tubi vecchi.

Per quanto riguarda la portata, accettando le inevitabili incertezze di cui s'è detto, occorre considerare che, anche nell'ambito delle previsioni di piano, la portata richiesta dall'utenza non è da considerarsi costante nel corso dell'anno; essa presenta infatti un picco nella stagione estiva, sia per il maggior uso della popolazione residente rispetto alle altre stagioni, sia, nel caso in esame, per la presenza della popolazione turistica. Inoltre, anche se in questa sede, per semplicità, è stato ipotizzato che le portate media annua,  $Q_{med}$ , e media del giorno di massimo consumo,  $Q_{max}$ , si

mantengano costanti di anno in anno, frequentemente i valori medi annui sono variabili anche nel corso della vita utile dell'opera.

La pompa dovrà essere scelta per poter funzionare nelle condizioni più gravose, costituite dal sollevamento la portata media del giorno di massimo consumo<sup>1</sup> con tubi vecchi, e avrà quindi caratteristiche (portata, prevalenza, potenza assorbita, rendimento) definite sulla base di tale requisito. La potenza della pompa così determinata eccederà le effettive necessità nelle altre condizioni di funzionamento, il che porterebbe a sollevare portate superiori a quelle richieste; è pertanto necessario scegliere una fra le possibili modalità di regolazione del sistema che consenta il sollevamento delle portate desiderate nei diversi periodi dell'anno (ed eventualmente variabili di anno in anno): i) introdurre lungo linea una valvola riduttrice di pressione; ii) modificare il numero di giri del motore; iii) disporre un ricircolo fra le bocche di aspirazione e di mandata della pompa; iv) far lavorare la pompa alla portata massima per un numero di ore giornaliere inferiore alle 24; v) installare più pompe in parallelo, da attivare a seconda della portata richiesta.

In questa esercitazione, ai fini del calcolo di progetto si ipotizza di utilizzare un'unica pompa e la modalità iv) di regolazione dell'impianto. Conseguentemente, occorre calcolare il numero di ore di funzionamento annue. Poiché nell'anno dovrà essere sollevato il volume:

$$V_{\text{annuo}} = Q_{\text{med}} \times 356 \times 24 \times 3600 = Q_{\text{med}} \times 8760 \times 3600, \quad (19)$$

la pompa dovrà sollevare la portata  $Q_{\text{max}}$  per un numero di ore annue  $T_a$  tale che:

$$V_{\text{annuo}} = Q_{\text{med}} \times 8760 \times 3600 = Q_{\text{max}} \times T_a \times 3600, \quad (20)$$

da cui il numero di ore annue di funzionamento:

$$T_a = \frac{Q_{\text{med}}}{Q_{\text{max}}} \times 8760. \quad (21)$$

Una volta determinato il valore del diametro di massimo tornaconto dalla (18), occorre scegliere i diametri commerciali con i quali realizzare effettivamente le condotte di aspirazione e di mandata.

Per quanto riguarda la mandata, in linea di principio una possibilità è data dalla composizione della condotta con i due diametri interni commerciali immediatamente inferiori e superiori al valore teorico  $D_t$ . Detti  $D_2'$  e  $D_2''$  tali due diametri,  $J'$  e  $J''$  le corrispondenti cadenti calcolate per le stesse condizioni di portata  $Q_{\text{max}}$  e scabrezza e  $J$  la cadente calcolata per  $D_t$ ,  $Q_{\text{max}}$  e stessa scabrezza, si tratta di determinare le lunghezze dei due tronchi,  $L_2'$  e  $L_2''$ , in modo da soddisfare le condizioni<sup>2</sup>:

$$\begin{cases} J' L_2' + J'' L_2'' = J L_2 \\ L_2' + L_2'' = L_2 \end{cases} \quad (22)$$

con le cadenti espresse nella forma monomia (8).

È buona norma verificare che la velocità in condotta risulti maggiore di 0,5 m/s e inferiore a  $2 \div 2,5$  m/s. Il limite inferiore è finalizzato a limitare il tempo di permanenza dell'acqua potabile in condotta, in modo da non comprometterne le qualità organolettiche<sup>3</sup>; il limite superiore è finalizzato ad evitare un logoramento eccessivo della parete interna della tubazione. Tale verifica può suggerire di escludere l'uso di uno dei due diametri; in tal caso la mandata sarà realizzata

<sup>1</sup> Le punte orarie di portata sono garantite dalla funzione di regolazione del serbatoio di compenso.

<sup>2</sup> Il procedimento è stato trattato esaurientemente nell'Esercitazione n° 6 sulle lunghe condotte. Si osserva anche che la soluzione del sistema è indipendente dai valori di portata e scabrezza assunti.

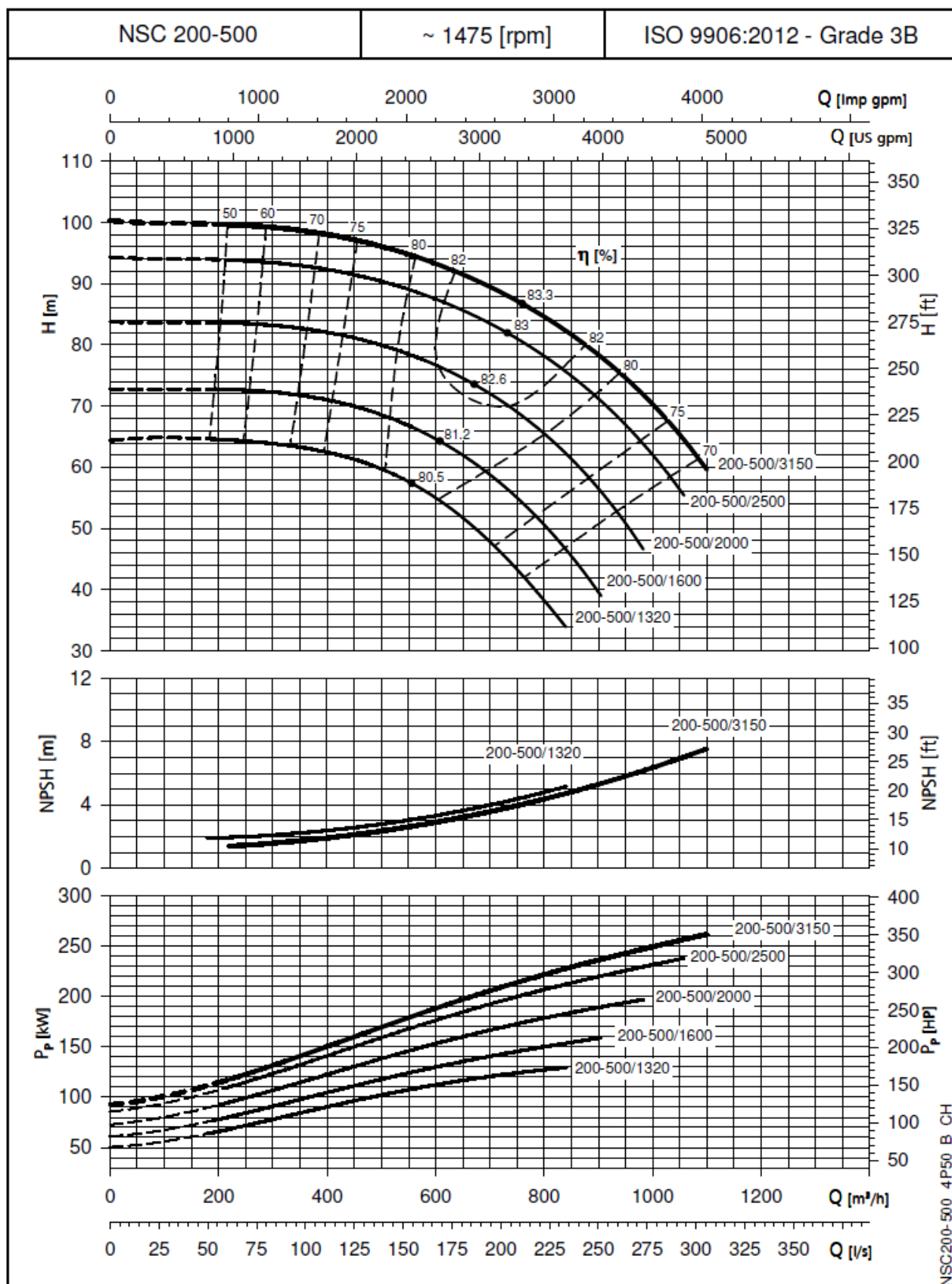
<sup>3</sup> Le condotte di mandata sono meno soggette a questo tipo di inconvenienti rispetto a una condotta a gravità di un acquedotto, perché realizzate sempre di sviluppo quanto più contenuto possibile allo scopo di ridurre le sovrappressioni conseguenti a manovre di accensione e spegnimento della pompa (*colpo d'ariete*).

La condotta di aspirazione ha sempre sviluppo ridotto, in modo da evitare depressioni eccessive in condotta e all'ingresso della girante. Ciò comporta che il suo peso nel problema della minima passività risulti alquanto modesto. Per questo motivo, il diametro della condotta di aspirazione verrà scelto con riferimento all'esito della verifica alle depressioni e potrà eventualmente essere pari al diametro della bocca di aspirazione. Questo aspetto verrà esaminato al punto 4).

- Assumendo il valore di scabrezza a tubi vecchi,  $k_{s\_v}$ , cui corrisponde, nell'equazione caratteristica della condotta, il valore  $K_v$ , si ottiene il valore di prevalenza totale nelle condizioni di funzionamento più gravose:

I cataloghi dei produttori riportano generalmente uno o più grafici sinottici contenenti l'involuppo delle *curve caratteristiche* per l'insieme delle pompe disponibili. Tale diagramma consente una individuazione di massima del modello di pompa che si adatta ai valori di portata e prevalenza di riferimento, un esempio dei quali è riportato in Figura 2.





I valori di NPSH sono di laboratorio; nell'impiego pratico si consiglia di aumentare il valore di 0,5 m.  
 Le prestazioni valgono per liquidi con densità  $\rho = 1.0 \text{ Kg/dm}^3$  ed una viscosità cinematica  $\nu = 1 \text{ mm}^2/\text{sec}$ .

Figura 3. Curve caratteristiche di una pompa.

Grafici di maggiore dettaglio sono dati per i singoli modelli, o per gruppi di modelli, contenenti, oltre alla caratteristica della pompa, le curve che rappresentano, in funzione della portata, la



potenza assorbita, il rendimento e l'altezza netta positiva di aspirazione richiesta (per la quale è invalso l'uso dell'acronimo NPSH – net positive suction head).

Nell'esempio di Figura 3 sono rappresentate le curve caratteristiche di una famiglia di pompe aventi le medesime dimensioni dell'involucro e diversi valori del diametro della girante e, conseguentemente, della potenza, per il numero di giri al minuto (rpm) del motore indicato. Tipicamente, i modelli vengono denominati mediante una codifica del tipo  $D_m-D_a/P$ , dove  $D_m$  = diametro nominale della bocca di mandata,  $D_a$  = diametro dell'alloggiamento della girante e  $P$  = potenza in decimi di kW (ad esempio, il codice 1100 equivale alla potenza di 110 kW).

In tratteggio sono rappresentate le curve di isorendimento per l'insieme dei modelli (*diagrammi collinari*), che forniscono una rappresentazione efficace dei rendimenti ottenibili dall'insieme delle pompe della famiglia (o, in altri casi, da una data pompa in diverse condizioni di funzionamento, p.es. al variare del numero di giri).

I valori di portata e prevalenza di alcuni punti della curva caratteristica della pompa sono anche dati in forma tabellare. In Tabella 2 sono riportati i dati relativi all'insieme di pompe fra le quali operare la scelta nel caso in oggetto (inclusa la pompa della quale alla Figura 3 sono riportate le curve caratteristiche).

Tabella 2. Dati salienti delle pompe disponibili, con evidenziate le pompe di cui alla Figura 3.

POMPA TIPO	P <sub>N</sub> kW	Ø Girante (mm)				Q = PORTATA													
		STD	a	Ø	η <sub>p</sub> %	V <sub>s</sub> 0	38,1	62,4	86,7	111,0	135,3	159,6	184,0	208,3	232,6	256,9	281,2	305,6	
						m <sup>3</sup> /h 0	137	225	312	400	487	575	662	750	837	925	1012	1100	
						H = PREVALENZA TOTALE IN METRI COLONNA ACQUA													
200-250/185	18,5	228	228	○	78,6	15,7	15,3	14,8	13,7	12,2	10,6	8,9	6,8						
200-250/220	22	245	245	○	81,6	18,5		17,2	16,2	14,8	13,1	11,1	8,7						
200-250/300A	30	260	260	○	83,9	21,2		19,7	18,7	17,4	15,8	13,7	11,2	8,4					
200-250/300	30	271	271	●	85,0	23,1		21,5	20,5	19,4	17,9	16,0	13,6	10,8					
200-315/300	30	268	268	○	80,7	22,1	21,7	21,3	20,7	19,6	17,7	14,9	11,3						
200-315/450	37	287	287	○	82,9	25,3		24,6	24,2	23,3	21,7	19,3	15,9	11,8					
200-315/370	45	306	306	○	84,8	29,0		28,3	28,1	27,4	26,1	23,9	20,8	16,8	12,3				
200-315/550	55	328	328	○	86,1	34,1		33,2	32,8	32,1	30,9	28,8	26,0	22,2	17,8				
200-315/750	75	333	333	●	86,3	35,1		34,3	34,0	33,3	32,0	29,9	27,1	23,4	19,1				
200-400/750A	75	328	328	○	83,4	37,2		37,0	36,7	35,7	33,8	31,0	27,0	22,0					
200-400/750	75	342	342	○	83,5	41,0		40,6	40,3	39,4	37,7	35,0	31,3	26,5					
200-400/900	90	362	362	○	84,2	46,5		46,0	45,7	44,9	43,4	41,1	37,7	33,3	27,9				
200-400/1100	110	383	383	○	85,4	52,4		52,2	51,9	51,2	50,0	48,0	45,1	41,2	36,2				
200-400/1320	132	409	409	●	85,5	59,1		59,0	58,6	58,0	57,0	56,1	53,5	50,0	45,1	39,6			
200-500/1320	132	425	425	○	80,5	64,3		64,4	63,7	62,5	60,2	56,4	50,8	43,3	34,2				
200-500/1600	160	450	450	○	81,2	72,8		72,7	72,2	71,0	69,0	65,8	61,2	55,0	46,9				
200-500/2000	200	480	480	○	82,6	83,8		83,6	83,1	82,1	80,3	77,7	74,0	69,1	62,5	53,8			
200-500/2500	250	508	508	○	83,0	94,3		93,8	93,3	92,3	90,7	88,3	85,1	81,0	75,8	69,2	60,7		
200-500/3150	315	523	523	●	83,3	100,3		99,6	99,1	98,1	96,4	94,1	91,0	87,2	82,5	76,6	69,1	59,6	

La scelta della pompa verrà effettuata ricercando il modello che presenta la coppia di valori di portata e prevalenza più prossimi ai valori di progetto ( $Q_{max}$ ,  $\Delta H_{max}$ ), con portata comunque superiore a  $Q_{max}$ , nella zona di massimo rendimento.

- 3) La scelta della pompa, come del resto il dimensionamento della condotta, è stata effettuata sulla base di svariate approssimazioni. È pertanto necessario verificare che l'impianto nella sua configurazione completa sia in grado di sollevare la portata massima richiesta nelle condizioni di tubi vecchi. A tale scopo occorre considerare l'equazione caratteristica della condotta nella forma completa (5).

Oltre alla perdita di imbocco, altre perdite di carico localizzate possono essere legate alla presenza di elementi quali organi di sezionamento (saracinesche), valvole riduttrici di pressione, valvole di ritegno, raccordi dalle bocche di aspirazione e mandata alle corrispondenti condotte. Inoltre, nel caso (diverso da quello qui ipotizzato) di un gruppo di pompe in parallelo, la parte di impianto che porta dalle pompe alla condotta di mandata unica può essere più o meno elaborata e richiedere una rappresentazione più complessa di quella di una perdita localizzata. In ogni caso, la

perdita di carico in tale parte di impianto può sempre essere rappresentata come proporzionale al quadrato della portata complessiva sollevata e contribuirà pertanto con un termine costante alla sommatoria di termini che compongono il coefficiente  $K$  dell'equazione caratteristica della condotta. In questa esercitazione ci limiteremo a considerare generiche perdite localizzate nelle condotte di aspirazione e di mandata, con valori tipici dei coefficienti  $\xi_1$  e  $\xi_2$  dell'ordine dell'unità.

Il punto di funzionamento dell'impianto corrisponde al punto di intersezione della caratteristica della condotta con la caratteristica della pompa, come illustrato in Figura 4. La determinazione numerica del punto di funzionamento può essere eseguita previa interpolazione dei punti della curva caratteristica della pompa; ad esempio, mediante una polinomiale:

$$\Delta H = \sum_{n=0}^N a_n Q^n. \quad (24)$$

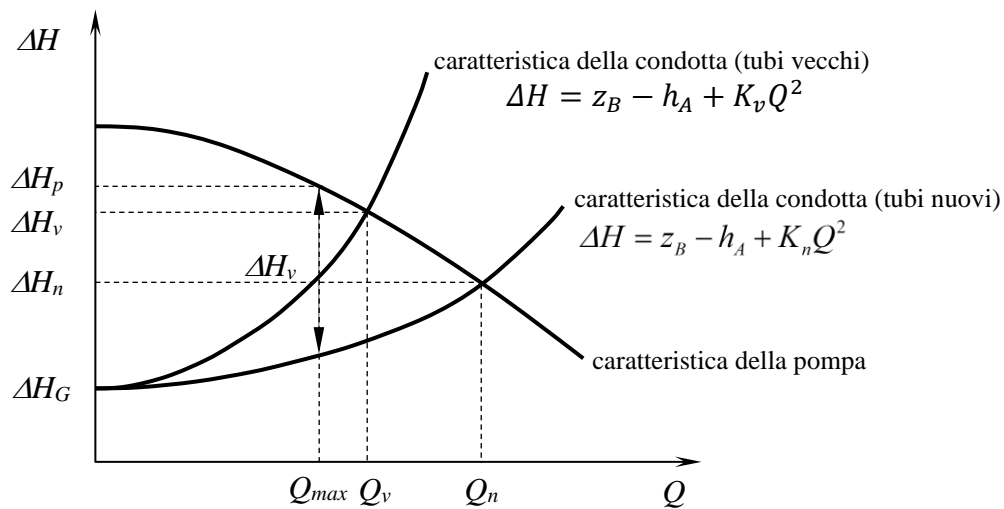


Figura 4. Determinazione del punto di funzionamento di un sistema pompa – condotta.

Il punto di funzionamento verrà quindi determinato ricercando gli zeri della funzione:

$$F(Q) = \sum_{n=0}^N a_n Q^n - (\Delta H_G + K Q^2) \quad (25)$$

per iterazioni successive o mediante il solutore automatico di un foglio di calcolo<sup>4</sup>.

La prevalenza manometrica, differenza tra le quote piezometriche delle sezioni a valle e a monte della pompa vale:

$$\Delta H_m = \left( z_v + \frac{p_v}{\gamma} \right) - \left( z_m + \frac{p_m}{\gamma} \right) = \left( H_v - \frac{U_2^2}{2g} \right) - \left( H_m - \frac{U_1^2}{2g} \right) = \Delta H - \left( \frac{U_2^2}{2g} - \frac{U_1^2}{2g} \right). \quad (26)$$

Per effetto della scelta di utilizzare un solo diametro per la mandata, nonché delle eventuali modifiche all'aspirazione dettate dall'esito della verifica alle depressioni, l'esito positivo della verifica (eventualmente dopo ulteriori modifiche all'impianto, successive a precedenti verifiche con esito negativo) si otterrà con una portata a tubi vecchi superiore alla portata di progetto  $Q_{max}$ .

A parità di diametri e lunghezze, i maggiori valori del parametro di scabrezza di Strickler a tubi nuovi<sup>5</sup> determinano maggiori valori dei coefficienti di Chezy e, quindi, minori valori del

<sup>4</sup> Alcune case produttrici di pompe mettono a disposizione software ad uso gratuito per l'esecuzione di questo e di altri tipi di calcoli attinenti la progettazione di un impianto di pompaggio.

<sup>5</sup> Si ricorda che, fra tutti i parametri di scabrezza usualmente utilizzati (Nikuradse, Bazin, Kutter, Gauckler-Strickler, Manning) la scabrezza di Gauckler-Strickler è l'unico ad assumere valori tanto minori quando maggiore è la rugosità (scabrezza fisica) della condotta.

coefficiente  $K$  della curva caratteristica della condotta, che risulta pertanto sottostante la curva a tubi vecchi, con la quale ha in comune unicamente il punto  $Q=0$ ,  $\Delta H = \Delta H_G$ . A tubi nuovi la portata sollevata,  $Q_n$ , sarà quindi superiore a quella a tubi vecchi,  $Q_v$ .

Nel sistema in esame (singola pompa-condotta-serbatoio di compenso), la modalità di gestione dell'impianto prescelta prevede di azionare l'impianto per una durata inferiore, eventualmente in più riprese, in modo da sollevare il volume giornaliero desiderato. Volendo invece, per particolari motivi, sollevare esattamente la portata di progetto, anche a tubi nuovi, eseguendo la regolazione mediante una valvola riduttrice di pressione, la perdita di carico localizzata che deve essere indotta dalla valvola,  $\Delta H_L$ , è data dalla differenza delle prevalenze totali lette sulla caratteristica della tubazione a tubi nuovi e sulla caratteristica della pompa, misurate sull'ordinata passante per  $Q_{max}$ .

L'esito negativo della verifica alle massime depressioni richiede, tipicamente, l'aumento del diametro della condotta di aspirazione. In tal caso, ove si intendesse regolare la portata con una valvola riduttrice di pressione, si otterrebbe un maggiore valore delle perdite che la valvola dovrebbe realizzare, sulla base delle quali essa deve essere scelta. Per questo motivo la verifica a tubi nuovi deve essere effettuata nell'assetto definitivo dell'impianto e, quindi, solo successivamente alla verifica alle massime depressioni.

- 4) L'effettiva possibilità di realizzare il passaggio di una data portata dipende dal regime delle pressioni che si stabiliscono nelle varie sezioni della condotta. La condotta di aspirazione può essere soggetta in vari punti a condizioni di depressione (Figura 5). In particolare, le sezioni critiche sono la sezione contratta in prossimità dell'imbocco della condotta di aspirazione e la sezione di ingresso della girante. Tuttavia, la verifica viene effettuata, convenzionalmente, con riferimento alla bocca di aspirazione. All'interno delle singole sezioni, il punto a pressione minima sarà quello posto alla quota massima: il punto di intradosso della condotta di aspirazione all'imbocco e della bocca di aspirazione della pompa, che, in generale, possono essere posti a quote diverse fra loro.

Detto  $H_{gb}$  il battente geodetico di aspirazione e ricordato che la prima parte della perdita di imbocco che si osserva nella sezione contratta è data, per l'imbocco a spigolo vivo, da  $0.1 U_1^2/2g$ , la massima depressione nella sezione contratta si calcola dalla relazione:

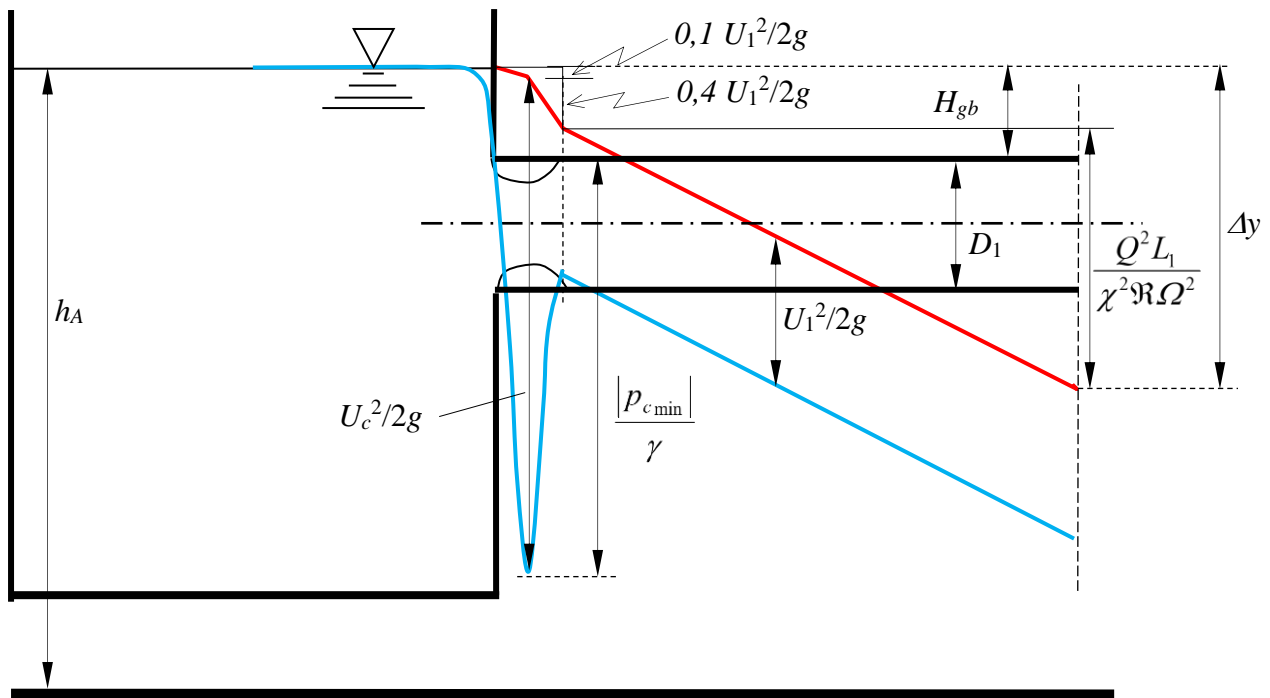


Figura 5. Dettaglio delle linee dei carichi totali e piezometrica nella condotta di aspirazione.

$$0,1 \frac{U_1^2}{2g} + \frac{U_c^2}{2g} = H_{gb} - \frac{p_{c_{\min}}}{\gamma}, \quad (27)$$

in cui  $U_c$  rappresenta la velocità nella sezione contratta e  $p_{c_{\min}} < 0$  se la situazione è quella rappresentata in Figura 5. Il corrispondente valore dell'altezza piezometrica è quindi dato da:

$$\frac{p_{c_{\min}}}{\gamma} = H_{gb} - 0,1 \frac{U_1^2}{2g} - \frac{U_c^2}{2g}. \quad (28)$$

La pressione assoluta all'intradosso si ottiene dalla:

$$p_{c_{\min}}^* = p_{atm}^* + p_{c_{\min}}. \quad (29)$$

Il limite massimo al quale si può spingere la depressione corrisponde al raggiungimento di una pressione assoluta pari alla *tensione di vapore* (o *pressione di vapor saturo*),  $p_v^*$ , del liquido convogliato nelle particolari condizioni di funzionamento, al di sotto della quale si verifica il passaggio massivo del fluido alla fase di vapore, con formazione di cavità gassose all'interno del liquido (*cavitazione*). L'alternarsi e richiudersi delle bolle di vapore è causa di urti violenti sulle pareti della condotta e della pompa; particolarmente nocivi nei confronti degli organi mobili della macchina, che in tali condizioni viene messa fuori uso in breve tempo. Inoltre, la ridotta solubilità dell'aria alle basse pressioni determina una maggiore attività ossidante sulle parti metalliche per effetto della maggiore presenza di ossigeno libero.

Al fine di evitare la cavitazione, deve essere perciò strettamente verificata la condizione:

$$p_{c_{\min}} + p_{atm}^* > p_v^* \quad (30)$$

Tutte le grandezze idrodinamiche devono essere intese come valori medi (di Reynolds) di un flusso turbolento. Allo scopo di tenere conto delle fluttuazioni di pressione rispetto al valore medio, è necessario considerare, cautelativamente, una pressione assoluta minima accettabile  $p_{acc}^*$  tale che  $p_{acc}^*/\gamma = p_v^*/\gamma + 0,5$  m. In funzione dei dati del problema in questione deve pertanto aversi:

$$\frac{p_{atm}^*}{\gamma} + H_{gb} - 0,1 \frac{U_1^2}{2g} - \frac{U_c^2}{2g} > \frac{p_{acc}^*}{\gamma}. \quad (31)$$

La tensione di vapore di un liquido dipende dalla sua temperatura,  $T$ . Il valore corrispondente alla temperatura di esercizio assegnata si deduce dalla Tabella 3. Ai fini del calcolo, si tenga presente che  $1 \text{ atm} = 1,033 \text{ kp cm}^{-2} = 101'325 \text{ Pa}$ .

Tabella 3. Valori della tensione di vapore dell'acqua in funzione della temperatura.

$T (^{\circ}\text{C})$	$p_v^*(\text{atm})$	$T (^{\circ}\text{C})$	$p_v^*(\text{atm})$	$T (^{\circ}\text{C})$	$p_v^*(\text{atm})$
-25	$6,26 \times 10^{-4}$	10	$1,21 \times 10^{-2}$	90	$6,92 \times 10^{-1}$
-15	$1,63 \times 10^{-3}$	30	$4,19 \times 10^{-2}$	100	1,00
-5	$3,95 \times 10^{-3}$	50	$1,22 \times 10^{-1}$	150	4,70
0,01	$6,03 \times 10^{-3}$	70	$3,08 \times 10^{-1}$	200	39,24

Nella verifica della depressione massima per la pompa occorre considerare che, a valle della bocca di aspirazione, la corrente è soggetta a ulteriori cadute di pressione all'interno della macchina, sia per perdite di carico che per aumento della velocità fino all'ingresso nella girante. Come rilevato in precedenza, la verifica viene eseguita convenzionalmente con riferimento al punto di intradosso della bocca di aspirazione della pompa, assumendo che la sua quota sia la stessa del punto più elevato all'imbocco della girante.

Detta  $\Delta w$  la perdita di carico che interviene fra la bocca di aspirazione della pompa e la sezione di ingresso della girante e raccogliendo tutte le perdite di carico in condotta in un termine:

$$\Delta y = 0,5 \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2} + \frac{Q^2}{\chi_1^2 \Omega_1^2 \mathfrak{R}_1} L_1 + \xi_1 \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2}, \quad (32)$$

un'analisi simile a quella condotta per la sezione contratta all'imbocco consente di esprimere la pressione relativa minima all'interno della macchina:

$$H_{gb} - \frac{p_{m\min}}{\gamma} = \Delta y + \frac{U_g^2}{2g} + \Delta w, \quad (33)$$

in cui  $U_g$  rappresenta la velocità all'ingresso della girante. La condizione per il funzionamento regolare della pompa è espressa pertanto dalla:

$$\frac{p_{atm}^*}{\gamma} + H_{gb} - \Delta y - \frac{U_g^2}{2g} - \Delta w > \frac{p_v^*}{\gamma} \quad (34)$$

da cui:

$$\frac{p_{atm}^*}{\gamma} + H_{gb} - \Delta y - \frac{p_v^*}{\gamma} > \frac{U_g^2}{2g} + \Delta w, \quad (35)$$

nella quale:

$$NPSH_a = \frac{p_{atm}^*}{\gamma} + H_{gb} - \Delta y - \frac{p_v^*}{\gamma} \quad (36)$$

è il valore di NPSH disponibile alla bocca di aspirazione della pompa, mentre.

$$NPSH_R = \frac{U_g^2}{2g} + \Delta w \quad (37)$$

è il valore di NPSH minimo richiesto, come da disuguaglianza (35).

L'NPSH disponibile dipende soltanto da termini noti ( $p_{atm}^*$ ) o calcolabili in funzione delle condizioni di esercizio ( $p_v^*, \gamma$ ) o delle caratteristiche della condotta ( $H_{gb}, D_1, \Delta y$ ). Viceversa, l'andamento dell'NPSH<sub>R</sub> in funzione della portata, caratteristico della singola pompa, non è determinabile per via deduttiva; esso deve ricavato sperimentalmente dal costruttore, che lo consegna nella documentazione tecnica a corredo della macchina (vedi Figura 3)<sup>6</sup>.

La verifica si esegue pertanto confrontando l'NPSH disponibile (NPSH<sub>a</sub>) con il valore minimo richiesto (NPSH<sub>R</sub>). Anche in questo caso, a titolo cautelativo, è buona norma maggiorare l'NPSH<sub>R</sub> di una quantità dell'ordine di 0,5 m di colonna d'acqua, il che equivale a considerare l'NPSH<sub>R</sub> fornito dal costruttore e, nella (36),  $p_{acc}^*/\gamma = p_v^*/\gamma + 0,5$  m in luogo di  $p_v^*/\gamma$ , come in precedenza.

Nel caso di esito negativo della verifica alle depressioni, nella sezione contratta all'imbocco o nella pompa, è necessario maggiorare il diametro della condotta di aspirazione. In linea di principio, può risultare conveniente anche utilizzare un diverso modello di pompa con un NPSH<sub>R</sub> più favorevole o un maggiore diametro della bocca di aspirazione, evitando così l'inserzione di pezzi speciali; in ogni caso, il problema *non è legato a una potenza insufficiente della pompa*, poiché la cavitazione interviene a monte della somministrazione di energia da parte della girante.

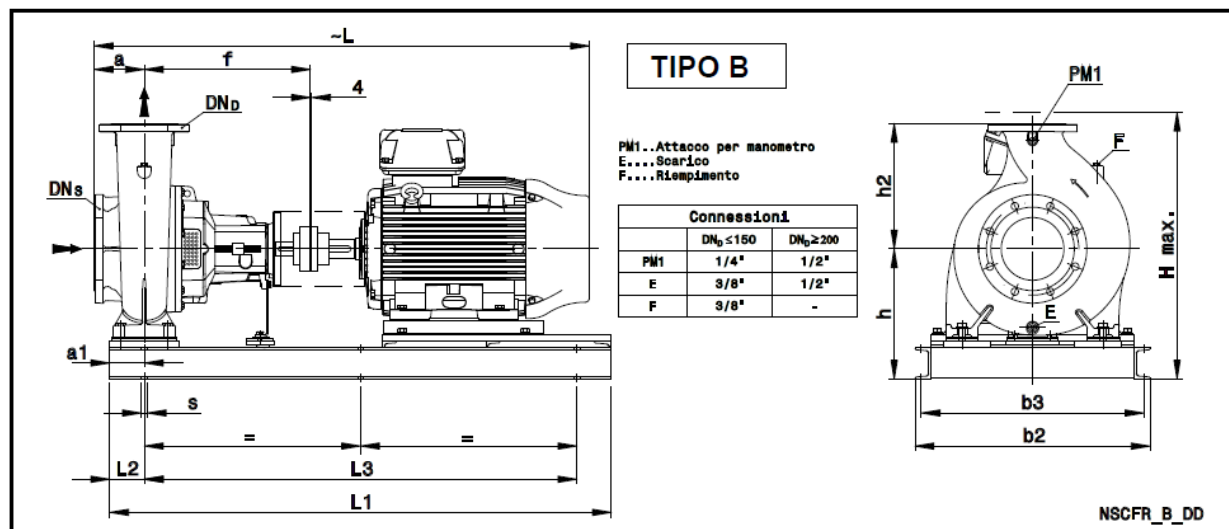
Il calcolo del diametro di massimo tornaconto è stato effettuato assumendo che le condotte di aspirazione e di mandata avessero lo stesso diametro. Ricordato che modesti scostamenti dalla

---

<sup>6</sup> L'espressione fornita dal costruttore può tener conto anche di eventuali differenze di quota fra l'intradosso della sezione di ingresso della pompa e il punto critico all'ingresso della girante, di modo da poter comunque eseguire la verifica, convenzionalmente, rispetto al punto di intradosso della bocca di aspirazione.

configurazione ottimale non comportano variazioni rilevanti della passività e che, comunque, l'incidenza delle perdite nell'aspirazione è modesta rispetto alla mandata ai fini del calcolo della passività, in prima istanza si può ipotizzare di realizzare la condotta di aspirazione con diametro identico alla bocca di aspirazione della pompa ed eseguire la verifica in tale assetto.

In Figura 6 sono riportati lo schema grafico di riferimento e i dati dimensionali di un gruppo di pompe, fra cui quella per la quale in Figura 3 sono state riportate le caratteristiche (200-500/1320).



POMPA TIPO NSCF..4	TIPO	DIMENSIONI (mm)													H max	s PER VITI	PESO (kg) G	TIPO GIUNTO
		DN <sub>S</sub>	DN <sub>D</sub>	a	a1	b2	b3	f	h	h2	L	L1	L2	L3				
200-250/185/W	B	250	200	180	110	670	630	530	460	475	1378	1450	110	1230	935	6xØ19 (M16)	527	B110D
200-250/220/W	B	250	200	180	110	670	630	530	460	475	1416	1450	110	1230	935	6xØ19 (M16)	545	B110D
200-250/300A/W	B	250	200	180	110	670	630	530	460	475	1481	1450	110	1230	935	6xØ19 (M16)	588	B125C
200-250/300/W	B	250	200	180	110	670	630	530	460	475	1481	1450	110	1230	935	6xØ19 (M16)	588	B125C
200-315/300/W	B	250	200	180	110	670	630	530	460	450	1481	1450	110	1230	910	6xØ19 (M16)	592	B125C
200-315/370/W	B	250	200	180	110	750	710	530	480	450	1600	1660	110	1440	930	6xØ19 (M16)	791	B140B
200-315/450/W	B	250	200	180	110	750	710	530	480	450	1600	1660	110	1440	930	6xØ19 (M16)	819	B140B
200-315/550/W	B	250	200	180	110	750	710	530	480	450	1679	1660	110	1440	930	6xØ19 (M16)	904	B160B
200-315/750/W	B	250	200	180	110	750	710	530	480	450	1785	1660	110	1440	952	6xØ19 (M16)	1113	B180B
200-400/750A/W	B	250	200	180	165	860	810	770	565	500	2025	1750	165	1420	1065	6xØ26 (M20)	1291	B180C
200-400/750/W	B	250	200	180	165	860	810	770	565	500	2025	1750	165	1420	1065	6xØ26 (M20)	1291	B180C
200-400/900/W	B	250	200	180	165	860	810	770	565	500	2025	1750	165	1420	1065	6xØ26 (M20)	1339	B180C
200-400/1100/W	B	250	200	180	165	860	810	770	585	500	2228	2000	165	1670	1115	6xØ26 (M20)	1633	B200A
200-400/1320/W	B	250	200	180	165	860	810	770	585	500	2228	2000	165	1670	1115	6xØ26 (M20)	1718	B200A
200-500/1320/W	B	250	200	200	165	860	810	770	635	560	2248	2000	165	1670	1195	6xØ26 (M20)	1778	B200A
200-500/1600/W	B	250	200	200	165	860	810	770	635	560	2248	2000	165	1670	1195	6xØ26 (M20)	1835	B200A
200-500/2000/W	B	250	200	200	165	860	810	770	635	560	2357	2000	165	1670	1210	6xØ26 (M20)	2019	B225A
200-500/2500/W	B	250	200	200	165	860	810	770	635	560	2357	2000	165	1670	1210	6xØ26 (M20)	2214	B225A
200-500/3150/W	B	250	200	200	165	1000	930	770	675	560	2456	2200	165	1870	1300	6xØ29 (M24)	2553	B250A

Figura 6. Caratteristiche dimensionali delle pompe DN 200 disponibili, con evidenziate le pompe di cui alla Figura 3.

Allo scopo di ridurre il rischio di incorrere nella cavitazione, la bocca di aspirazione della pompa è realizzata di diametro ( $DN_S = 250$  mm) maggiorato rispetto al diametro della bocca di mandata ( $DN_D = 200$  mm). Nella disposizione qui considerata di pompa sotto battente questo accorgimento può essere sufficiente a evitare la cavitazione. Tuttavia, nel caso la pompa fosse utilizzata, ad esempio, per il sollevamento da un pozzo o da un serbatoio interrato, l'effetto dell'altezza geodetica di aspirazione potrebbe essere tale da richiedere un diametro maggiore della condotta di aspirazione, che in tal caso dovrebbe essere raccordata alla bocca della pompa mediante un convergente.

Il raggiungimento delle condizioni di pressione minima accettabile,  $p_{acc}^*$ , nella sezione contratta all'imbocco della condotta di aspirazione o all'interno della pompa, dipende dalla presenza delle perdite di carico. Tali condizioni definiscono perciò un valore massimo della portata che può essere convogliata dalla condotta in oggetto *indipendentemente dalla potenza della pompa*. Tale valore sarà dato dal minore dei due valori di portata che si ottengono, per ciascuna delle sezioni di controllo esaminate in precedenza, imponendo sulla sezione la pressione assoluta minima ammissibile,  $p_{acc}^*$ .

Per la sezione contratta all'imbocco il valore della portata critica si ottiene pertanto imponendo il segno di uguaglianza nella equazione (31):

$$\frac{p_{atm}}{\gamma} + H_{gb} - 0,1 \frac{U_1^2}{2g} - \frac{U_c^2}{2g} = \frac{p_{acc}^*}{\gamma} \quad (38)$$

da cui, nel caso il liquido sia acqua:

$$10,33 + H_{gb} - 0,1 \frac{Q_{cr_i}^2}{2g\Omega_1^2} - \frac{Q_{cr_i}^2}{2g\Omega_1^2 C_c} = \frac{p_{acc}^*}{\gamma}, \quad (39)$$

nella quale sono stati introdotti il valore di colonna d'acqua corrispondente alla pressione atmosferica standard e il coefficiente di contrazione all'imbocco,  $C_c$ .

Si ottiene quindi il valore della portata limite per la sezione di imbocco:

$$Q_{lim_i} = \sqrt{\frac{10,33 + H_{gb} - \frac{p_{acc}^*}{\gamma}}{\frac{0,1}{2g\Omega_1^2} + \frac{1}{2g\Omega_1^2 C_c^2}}}. \quad (40)$$

Analogamente, per la sezione di controllo all'imbocco della pompa, in condizioni critiche si avrà:

$$NPSH_a(Q_{lim_a}) = \frac{p_{atm}}{\gamma} + H_{gb} - \Delta y(Q_{lim_a}) - \frac{p_{acc}^*}{\gamma} = \frac{U_g^2}{2g} + \Delta w = NPSH_R(Q_{lim_a}). \quad (41)$$

Da tale relazione si può dedurre il valore della portata critica corrispondente per via grafica tracciando, sul grafico del  $NPSH_R$  fornito dal costruttore, la curva dell' $NPSH_a$  in funzione di  $Q$ , determinabile sulla base dei valori della (36), che è una parabola. Il valore di portata del punto di intersezione delle due curve rappresenta il valore critico per l'aspirazione della pompa (peraltro, nel caso di Figura 3, la curva dell' $NPSH_R$  non si estende fino a tale punto).

La portata massima elevabile  $Q_M$  è la minore delle due portate limite di cui sopra.

- 5) Una volta stabilite le caratteristiche dell'impianto in via definitiva, si può eseguire la verifica a tubi nuovi come illustrato al punto 3): la nuova curva caratteristica della tubazione,  $\Delta H = \Delta H_G + K_n Q^2$ , risulterà sottostante a quella relativa a tubi vecchi per effetto di un valore del coefficiente  $K_n < K_v$ ; la portata  $Q_n$  a tubi nuovi risulterà pertanto aumentata rispetto al caso di tubi vecchi, come mostrato in Figura 4.

Per effetto della scelta di utilizzare un solo diametro per la mandata, nonché delle eventuali modifiche all'aspirazione dettate dall'esito della verifica alle depressioni, non solo la portata a tubi nuovi, ma anche quella a tubi vecchi, saranno superiori alla  $Q_{max}$ . Nel caso si desideri sollevare esattamente la  $Q_{max}$  anche a tubi nuovi (o un qualunque altro valore di portata inferiore alla  $Q_n$ ), ciò potrà ottenersi realizzando una perdita di carico  $\Delta H_L$  da produrre mediante una valvola, data dalla differenza delle prevalenze totali lette sulla caratteristica della tubazione a tubi nuovi e sulla caratteristica della pompa, misurate sull'ordinata passante per  $Q_{max}$  (o altra portata desiderata). Tale verifica è necessaria per la scelta della valvola riduttrice, che è sempre bene disporre nell'impianto.