13.12.23

GUSCIO CILINDRICO SOGGETTO A UN CARICO ASSIALSIMMETRICO

È spesso esempio di serbatoi per liquidi o gas.
In questo caso si ha che:

- la componente di carico normale p_z a x fissato è uniforme $p_z(x,\vartheta) = p_z(x)$
- la componente circonferenziale p_ϑ è nulla
- lo spostamento normale w è anche uniforme lungo la circonferenza
- lo spostamento circonferenziale v_ϑ è nullo
- la forza membranale $N_{x\vartheta}$ è zero per simmetria.

Quindi si ha che le forze membranali sono

$$\begin{cases} N_\vartheta = p_z(x)a \\ N_{x\vartheta} = 0 \\ N_x = 0 \end{cases}$$

Applicando il legame costitutivo inverso, si ha nero le deformazioni

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \dfrac{1}{Et}(N_x - \nu N_\vartheta) = -\nu \dfrac{p_z(x)a}{Et} \\ \varepsilon_\vartheta = \dfrac{1}{Et}(N_\vartheta - \nu N_x) = \dfrac{p_z(x)a}{Et} \\ \gamma_{x\vartheta} = \dfrac{2(1+\nu)}{Et} N_{x\vartheta} = 0 \end{cases}$$

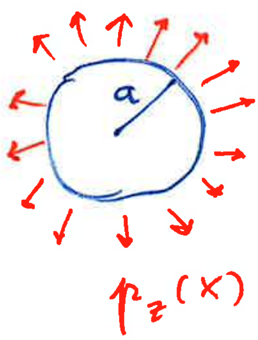
Da queste componenti ci si può ricavare le componenti di spostamento u, v_ϑ e w.

13.12.23

$$
\begin{cases}
u_x = \int \varepsilon_x \, dx = -\nu \dfrac{a}{Et} \int p_z(x)\, dx + A \\[2ex]
v_\theta = \int \left(\gamma_{x\theta} - \dfrac{1}{a} \dfrac{\partial u}{\partial \theta} \right) dx = B \quad \text{(= 0 per simmetria)} \\[2ex]
w = a \left(\varepsilon_\theta - \dfrac{1}{a} \dfrac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \right) = \dfrac{p_z(x)\, a^2}{Et}
\end{cases}
$$

Dove la costante di integrazione A può essere ottenuta usando le condizioni al contorno.

Applicazione al serbatoio di acqua



Il carico normale a cui è soggetto il guscio è fatto così:

$$p_z(x) = \gamma(\ell - x)$$

Quindi la forza membranale N_θ si trova immediatamente come

$$N_\theta = \gamma a(\ell - x)$$

e grazie a quest'ultima è possibile calcolare le componenti di deformazione ε_x ed ε_θ

$$\varepsilon_x = -\nu \frac{\gamma a}{Et}(\ell - x) \quad ; \quad \varepsilon_\theta = \frac{\gamma a}{Et}(\ell - x)$$

Come condizione al contorno consideriamo 13.12.23
in $x=0$ $\quad u=0$ perché qui deve essere proibito
uno spostamento verticale.

Quindi:

$$u = -\nu \frac{a}{Et} \int p_z(x)\, dx + A$$

$$= -\nu \frac{a}{Et} \int \gamma(l-x)\, dx + A$$

$$= -\nu \frac{\gamma a}{Et} \left(l x - \frac{1}{2} x^2 \right) + A$$

$$u(x=0) = 0 \quad \Rightarrow \quad A = 0$$

$$w = \frac{a^2\, p_z(x)}{Et} = \frac{\gamma a^2}{Et} (l-x).$$