

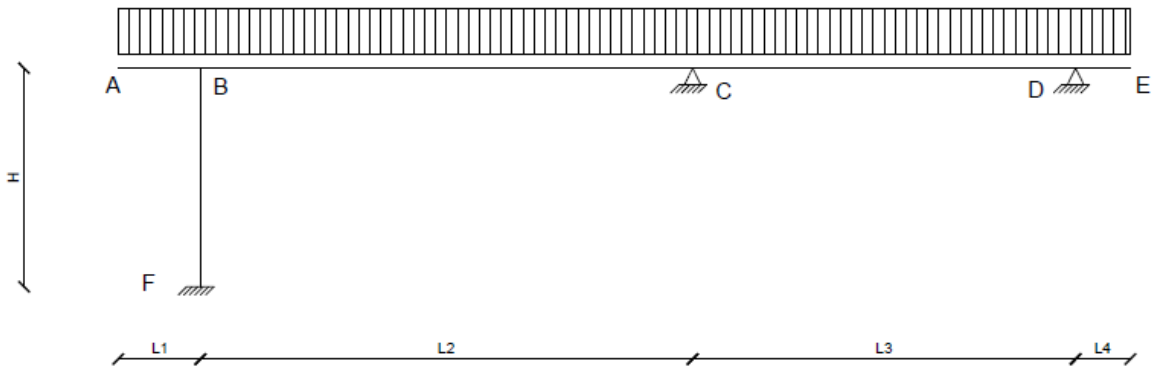
A.A. 2025-2026

C.I. SCIENZA E TECNICA DELLE COSTRUZIONI

MODULO DI TECNICA DELLE COSTRUZIONI

Esercitazione N.4

ESERCIZIO N. 2



DATI:

$q = 40 \text{ kN/m}$

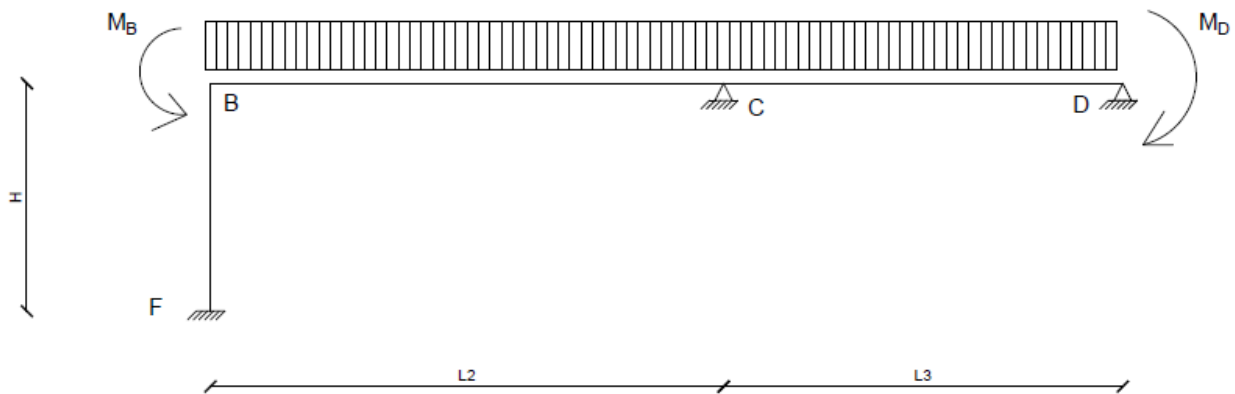
$L1 = 1.5 \text{ m}$ $L2 = 9 \text{ m}$ $L3 = 7 \text{ m}$ $L4 = 1 \text{ m}$

$H = 4 \text{ m}$

Sezione travi $0.30 \times 0.80 \text{ m}$ momento di inerzia trave $JT = 0.30 \cdot 0.80^3/12 = 0.0128 \text{ m}^4$

Sezione pilastri $0.30 \times 0.40 \text{ m}$ momento di inerzia pilastro $JP = 0.30 \cdot 0.40^3/12 = 0.0016 \text{ m}^4$

MOMENTI APPLICATI IN SOSTITUZIONE DEGLI SBALZI:

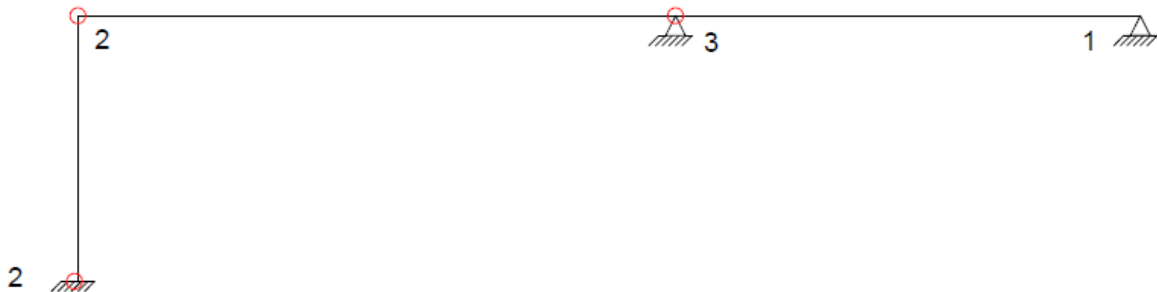


$$M_B = -q \cdot L1^2/2 = -45 \text{ kNm}$$

$$M_D = q \cdot L4^2/2 = 20 \text{ kNm}$$

INCOGNITE:

Per determinare se la struttura è a nodi fissi o nodi spostabili i vincoli di continuità vengono sostituiti da cerniere e si valuta se la struttura trasformata è isostatica o ipostatica.



GdL (n. aste = 3): $3 \cdot 3 = 9$

GdV: $2+2+3+1 = 8$

Struttura a nodi spostabili, incognite: φ_B φ_C ψ_{BF}

LAVORO PREPARATORIO:

ASTA	EJ/L (kNm)	W (U) (kNm)	V (O) (kNm)	S (U) (kNm)	$\mu_s x (\mu^* s x + 0.5 \text{ m})$ (kNm)	μdx (kNm)
FB pilastro	12000	48000	24000	72000	-	-
BC trave	42666.67	170666.7	85333.33	256000	-270	270
CD trave	54857.14	164571.4	-	164571.4	-235	-

SCRITTURA IN FORMA SIMBOLICA DEL SISTEMA RISOLVENTE:

$$(W_{BF} + W_{BC}) \varphi_B + V_{CB} \varphi_C - S_{BF} \psi_{BF} + \mu_{BC} = M_B$$

$$(W_{CB} + U_{CD}) \varphi_C + V_{BC} \varphi_B + \mu_{CB} + \mu^*_{CD} + 0.5 MD = 0$$

$$S_{BF} \varphi_B / H - 2 S_{BF} \psi_{BF} / H = 0$$

Matrice dei coefficienti

φ_B	φ_C	ψ_{BF}
218666.6667	85333.33333	-72000
85333.33333	335238.0952	0
18000	0	-36000

Vettore termini noti

225
-35
0

OPERATORE IN EXCELL MATR.PRODOTTO(MATR.INVERSA(matr.coeff);vettore termini noti)

$\varphi_B = 0.001453344$

$\varphi_C = -0.000474345$

$\psi_{BF} = 0.000726672$

MOMENTI AI NODI

$$M_{FB} = V_{BF} \varphi_B - S_{FB} \psi_{FB} = -17.44012653 \text{ kNm}$$

$$M_{BF} = W_{BF} \varphi_B - S_{BF} \psi_{BF} = 17.44012653 \text{ kNm}$$

$$M_{BC} = W_{BC} \varphi_B + V_{CB} \varphi_C + \mu_{BC} = -62.44012653 \text{ kNm}$$

$$M_{CB} = W_{CB} \varphi_C + V_{BC} \varphi_B + \mu_{CB} = 313.0637144 \text{ kNm}$$

$$M_{CD} = U_{CD} \varphi_C + \mu_{CD}^* + 0.5 MD = -313.0637144 \text{ kNm}$$

$$M_{DC} = MD = 20 \text{ kNm}$$

1° CONTROLLO

EQUILIBRIO DEI NODI INTERNI

$$\text{NODO B} \quad M_{BF} + M_{BC} = M_B \quad 17.44012653 - 62.44012653 = -45$$

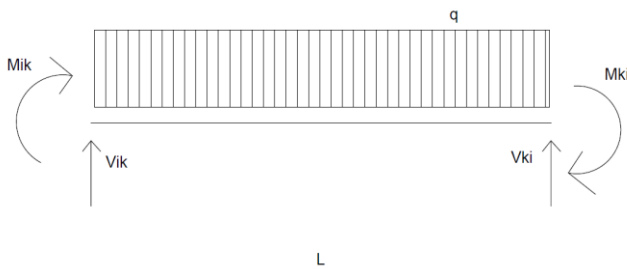
$$\text{NODO C} \quad M_{CB} + M_{CD} = 0 \quad 313.0637144 - 313.0637144 = 0$$

Per valutare la rotazione nell'appoggio D occorre determinare i coefficienti di flessibilità α e β relativi all'asta CD

$$\alpha = 1/3 \cdot L/EJ = 6.07639E-06 \quad \beta = -1/6 \cdot L/EJ = -3.03819E-06$$

$$\text{da cui} \quad \varphi_D = \alpha \cdot M_{DC} + \beta \cdot M_{CD} - qL^3/(24 EJ) = -0.00042$$

RISOLUZIONE DELLE ASTE



Per la generica asta per l'equilibrio risulta:

$$V_{ik} = -(M_{ik} + M_{ki})/L + q L/2$$

$$V_{ki} = q L - V_{ik}$$

Equazione del taglio:

$$V_x = V_{ik} - q \cdot x$$

il Taglio è nullo in $x = V_{ik}/q$ in questa sezione è presente il M_{max}

Equazione del momento flettente

$$M_x = M_{ik} + V_{ik} \cdot x - q x^2/2$$

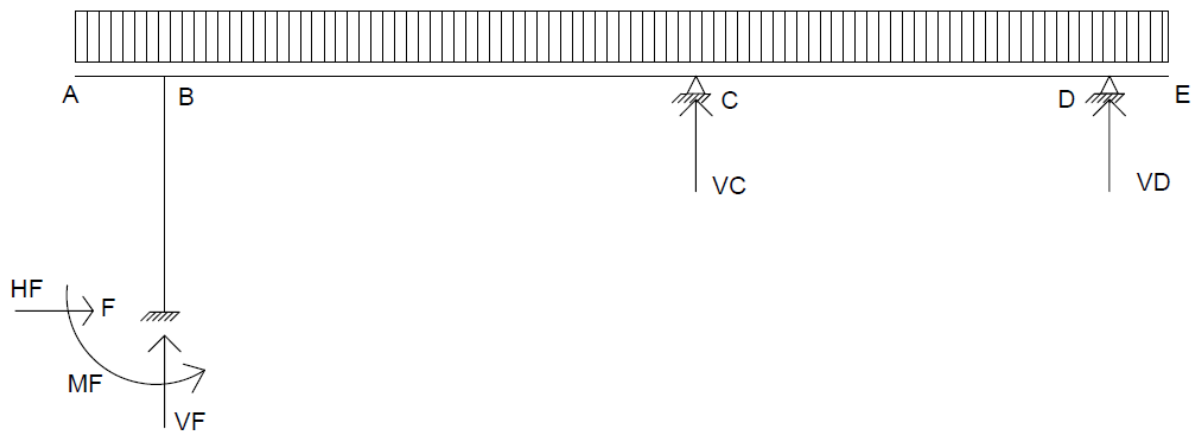
PILASTRO	ASTA FB		TRAVE	ASTA BC		TRAVE	ASTA CD	
MFB	-17.4401	kNm	MBC	-62.4401	kNm	MCD	-313.064	kNm
MBF	17.44013	kNm	MCB	313.0637	kNm	MDC	20	kNm
q	0	kN/m	q	40	kN/m	q	40	kN/m
Lunghezza asta	4	m	Lunghezza	9	m	Lunghezza	7	m
VFB	0	kN	VBC	152.1529	kN	VCD	181.8662	kN
VBF	0	kN	VCB	207.8471	kN	VDC	98.13376	kN
X (m)	Vx (kN)	Mx (kNm)	X (m)	Vx (kN)	Mx (kNm)	X (m)	Vx (kN)	Mx (kNm)
0	0	-17.4401	0	152.1529	-62.4401	0	181.8662	-313.0637144
0.8	0	-17.4401	1.8	80.15293	146.6352	1.4	125.8662	-97.65097153
1.6	0	-17.4401	3.6	8.152935	226.1104	2.8	69.86624	39.36177135
2.4	0	-17.4401	5.4	-63.8471	175.9857	4.2	13.86624	97.97451423
3.2	0	-17.4401	7.2	-135.847	-3.739	5.6	-42.1338	78.18725712
4	0	-17.4401	9	-207.847	-313.064	7	-98.1338	-20
			3.803823	0	226.9413	4.546656	0	100.3779236

RISOLUZIONE SBALZI

RISOLUZIONE SBALZI					
SBALZO	ASTA AB		SBALZO	ASTA DE	
q	40		q	40	
L	1.5		L	1	
VBA	60		VDE	40	
			MDE	-20	
X	Vx	Mx	X	Vx	Mx
0	0	0	0	40	-20
0.75	-30	-11.25	0.5	20	-5
1.5	-60	-45	1	0	0

DETERMINAZIONE DELLE REAZIONI VINCOLARI

I versi delle reazioni vincolari sono riportati in figura.



$$HF = VFB = 0$$

$$VF = VBA + VBC = 212.1529347 \text{ kN}$$

$$MF = MFB = 17.4401 \text{ kNm}$$

$$VC = VCB + VCD = 389.7133 \text{ kN}$$

$$VD = VDC + VDE = 138.1338 \text{ kN}$$

EQUILIBRIO GLOBALE

EQUILIBRIO ALLA TRASLAZIONE ORIZZONTALE

$$H_F = 0$$

EQUILIBRIO ALLA TRASLAZIONE VERTICALE

$$V_F + V_C + V_D - q(L_1 + L_2 + L_3 + L_4) = 212.1529347 + 389.7133 + 138.1338 - 40(1.5+9+7+1) = 0$$

EQUILIBRIO ALLA ROTAZIONE RISPETTO AD A

$$q(L_1 + L_2 + L_3 + L_4)^2/2 - V_F L_1 - V_C(L_1 + L_2) - V_D(L_1 + L_2 + L_3) - M_F = 40(1.5+9+7+1)^2/2 - 212.1529347 \cdot 1.5 - 389.7133(1+9) - 138.1338(1+9+7) - 17.4401 = 0$$

AZIONE NORMALE

$$N_{AB} = 0$$

$$N_{BC} = H_F = 0$$

$$N_{CD} = 0$$

$$N_{DE} = 0$$

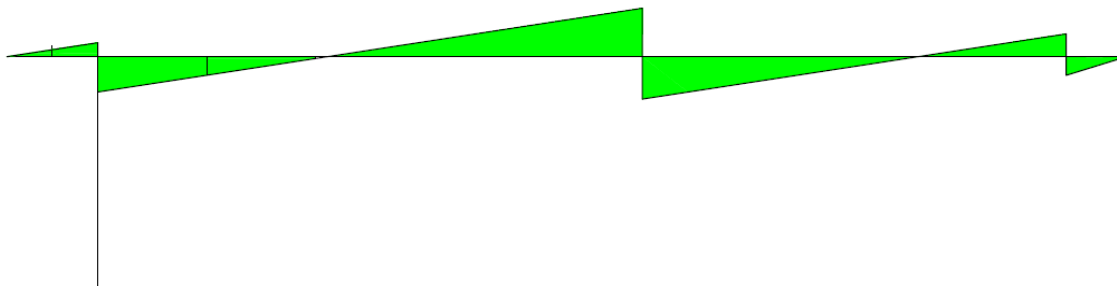
$$N_{FB} = V_F = -212.1529347 \text{ kN}$$

DIAGRAMMI DELLE AZIONI INTERNE

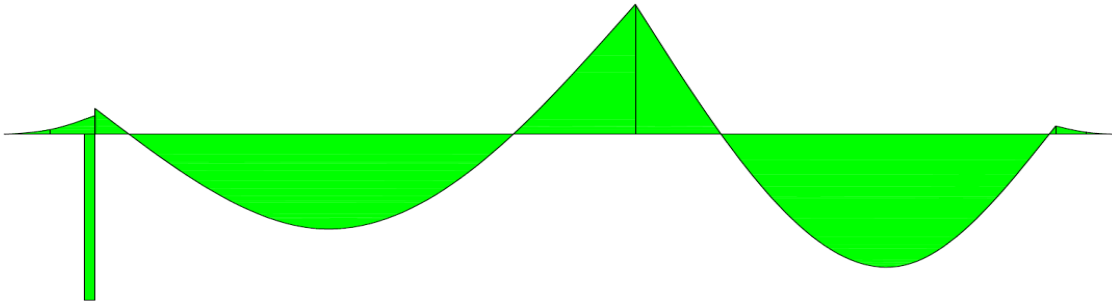
AZIONE NORMALE



AZIONE DI TAGLIO



MOMENTO FLETTENTE



DEFORMATA

