

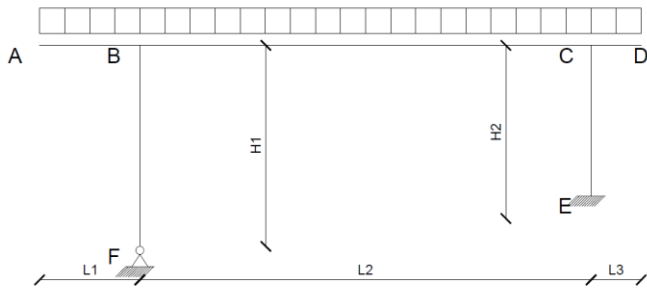
A.A. 2025-2026

C.I. SCIENZA E TECNICA DELLE COSTRUZIONI

MODULO DI TECNICA DELLE COSTRUZIONI

Esercitazione N.4

ESERCIZIO N. 3



DATI:

$$q = 50 \text{ kN/m}$$

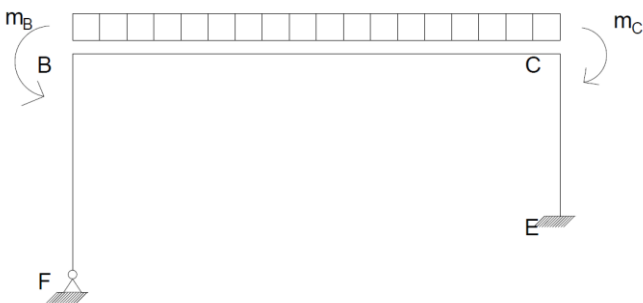
$$L1 = 2 \text{ m} \quad L2 = 9 \text{ m} \quad L3 = 1 \text{ m}$$

$$H1 = 4 \text{ m} \quad H2 = 3 \text{ m}$$

$$\text{Sezione travi } 0.30 \times 0.85 \text{ m} \quad \text{momento di inerzia trave} \quad J_T = 0.30 \cdot 0.85^3 / 12 = 0.015353125 \text{ m}^4$$

$$\text{Sezione pilastri } 0.30 \times 0.50 \text{ m} \quad \text{momento di inerzia pilastro} \quad J_P = 0.30 \cdot 0.50^3 / 12 = 0.003125 \text{ m}^4$$

MOMENTI APPLICATI IN SOSTITUZIONE DEGLI SBALZI:

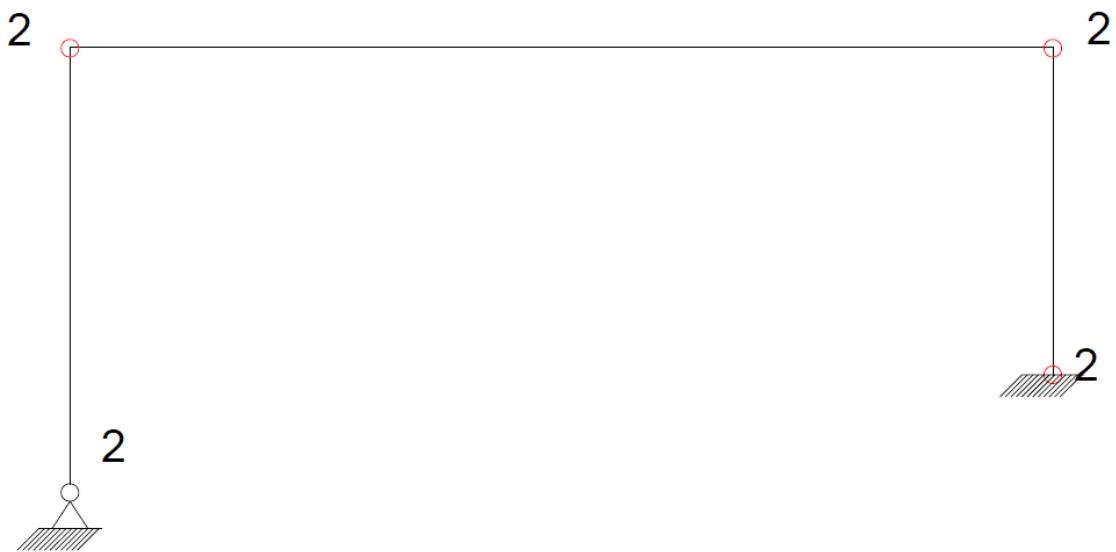


$$M_B = -q \cdot L1^2 / 2 = -100 \text{ kNm}$$

$$M_C = q \cdot L3^2 / 2 = 25 \text{ kNm}$$

INCOGNITE:

Per determinare se la struttura è a nodi fissi o nodi spostabili i vincoli di continuità vengono sostituiti da cerniere e si valuta se la struttura trasformata è isostatica o ipostatica.



GdL (n. aste = 3): $3 \cdot 3 = 9$

GdV: $2+2+2+2 = 8$

Struttura a nodi spostabili, incognite: φ_B φ_C ψ_{BF} $\psi_{EC} = H_1/H_2$ ψ_{FB}

LAVORO PREPARATORIO:

ASTA	EJ/L (kNm)	W (U) (kNm)	V (O) (kNm)	S (U) (kNm)	μ_{sx} (kNm)	μ_{dx} (kNm)
FB pilastro	23437.5	70312.5	-	70312.5	-	-
BC trave	51177.08	204708.33	102354.17	307062.5	-337.5	337.5
EC pilastro	31250	125000	62500	187500	-	-

SCRITTURA IN FORMA SIMBOLICA DEL SISTEMA RISOLVENTE:

$$(U_{BF} + W_{BC}) \varphi_B + V_{CB} \varphi_C - U_{BF} \psi_{BF} + \mu_{BC} = m_B$$

$$(W_{CB} + W_{CE}) \varphi_C + V_{BC} \varphi_B - S_{CE} \psi_{BF} \cdot H_1/H_2 + \mu_{CB} = m_C$$

$$U_{BF} \varphi_B / H_1 + S_{CE} \varphi_C / H_2 - U_{BF} \psi_{BF} / H_1 - 2 S_{CE} \psi_{BF} / H_2 \cdot H_1/H_2 = 0$$

Matrice dei coefficienti

φ_B	φ_C	ψ_{BF}
275020.8333	102354.2	-70312.5
102354.1667	329708.3	-250000
17578.125	62500	-184245

Vettore termini noti

237.5
-312.5
0

OPERATORE IN EXCELL

MATR.PRODOTTO(MATR.INVERSA(matr.coeff);vettore termini noti)

$$\varphi_B = 0.001389$$

$$\varphi_C = -0.001721172$$

$$\psi_{BF} = -0.000451366$$

$$\psi_{EC} = \psi_{BF} H1/H2 = -0.000601821$$

MOMENTI AI NODI

$$M_{FB} = 0 \text{ kNm}$$

$$M_{BF} = U_{BF} \varphi_B - U_{BF} \psi_{BF} = 129.3824578 \text{ kNm}$$

$$M_{BC} = W_{BC} \varphi_B + V_{CB} \varphi_C + \mu_{BC} = -229.3824578 \text{ kNm}$$

$$M_{CB} = W_{CB} \varphi_C + V_{BC} \varphi_B + \mu_{CB} = 127.3050527 \text{ kNm}$$

$$M_{EC} = V_{CE} \varphi_C - SEC \cdot \psi_{BF} H1/H2 = 5.26820938 \text{ kNm}$$

$$M_{CE} = W_{CE} \varphi_C - SEC \cdot \psi_{BF} H1/H2 = -102.3050527 \text{ kNm}$$

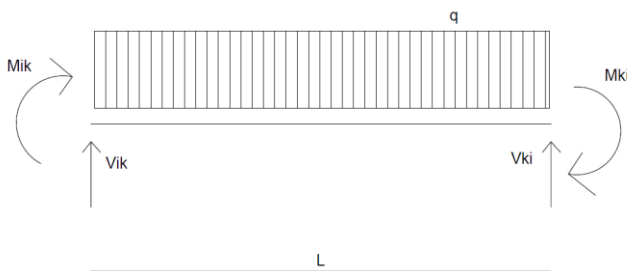
1° CONTROLLO

EQUILIBRIO DEI NODI INTERNI

$$\text{NODO B} \quad M_{BF} + M_{BC} = M_B \quad 129.3824578 - 229.3824578 = -100$$

$$\text{NODO C} \quad M_{CB} + M_{CE} = M_C \quad 127.3050527 - 102.3050527 = 25$$

RISOLUZIONE DELLE ASTE



Per la generica asta per l'equilibrio risulta:

$$V_{ik} = -(M_{ik} + M_{ki})/L + q L/2$$

$$V_{ki} = q L - V_{ik}$$

Equazione del taglio:

$$V_x = V_{ik} - q \cdot x$$

il Taglio è nullo in $x = V_{ik}/q$ in questa sezione è presente il M_{max}

Equazione del momento flettente

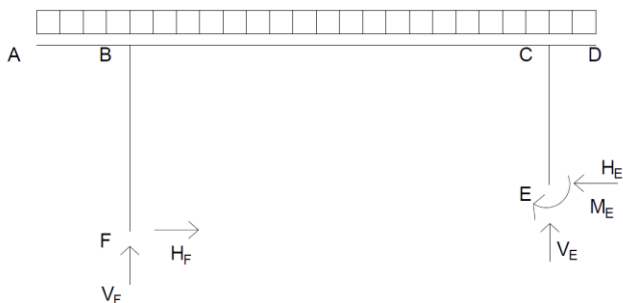
$$M_x = M_{ik} + V_{ik} \cdot x - q x^2/2$$

PILASTRO			ASTA FB			TRAVE			ASTA BC			PILASTRO			ASTA EC		
MFB			0	kNm		MBC	-229.382	kNm		MEC	5.268209	kNm					
MBF			129.3825	kNm		MCB	127.3051	kNm		MCE	-102.305	kNm					
q			0	kN/m		q	50	kN/m		q	0	kN/m					
Lunghezza asta			4	m		Lunghezza	9	m		Lunghezza	3	m					
VFB			-32.3456	kN		VBC	236.3419	kN		VEC	32.34561	kN					
VBF			32.34561	kN		VCB	213.6581	kN		VCE	-32.3456	kN					
X (m)			Vx (kN)	Mx (kNm)		X (m)	Vx (kN)	Mx (kNm)		X (m)	Vx (kN)	Mx (kNm)					
	0		-32.3456	0			0	236.3419	-229.382		0	32.34561	5.268209				
	0.8		-32.3456	-25.8765			1.8	146.3419	115.033		0.6	32.34561	24.67558				
	1.6		-32.3456	-51.753			3.6	56.34193	297.4485		1.2	32.34561	44.08295				
	2.4		-32.3456	-77.6295			5.4	-33.6581	317.864		1.8	32.34561	63.49032				
	3.2		-32.3456	-103.506			7.2	-123.658	176.2795		2.4	32.34561	82.89768				
	4		-32.3456	-129.382			9	-213.658	-127.305		3	32.34561	102.3051				
							4.726839	0	329.1926								

RISOLUZIONE SBALZI

SBALZO			ASTA AB			SBALZO			ASTA CD		
q			50			q			50		
L			2			L			1		
VBA			100			VCD			50		
						MDE			-25		
X			Vx	Mx		X			Vx	Mx	
	0		0	0			0		50	-25	
	1		-50	-25			0.5		25	-6.25	
	2		-100	-100			1		0	0	

DETERMINAZIONE DELLE REAZIONI VINCOLARI



Il segno delle reazioni è riportato in figura.

$$H_F = V_{FB} = 32.34561445 \text{ kN} \quad V_F = V_{BA} + V_{BC} = 336.3419339 \text{ kN}$$

$$H_E = H_{EC} = 32.34561445 \text{ kN} \quad V_E = V_{CB} + V_{CD} = 263.6580661 \text{ kN} \quad M_E = M_{EC} = 5.26820938 \text{ kNm}$$

EQUILIBRIO GLOBALE

EQUILIBRIO ALLA TRASLAZIONE ORIZZONTALE

$$H_F - H_E = 32.34561445 - 32.34561445 = 0$$

EQUILIBRIO ALLA TRASLAZIONE VERTICALE

$$V_F + V_E - q(L_1 + L_2 + L_3) = 336.3419339 + 263.6580661 - 50(2+9+1) = 0$$

EQUILIBRIO ALLA ROTAZIONE RISPETTO AD A

$$q (L1 + L2 + L3)^2/2 - VF L1 - HF H1 - VE (L1 + L2) + HE H2 + ME = 50 (2+9+1)^2/2 - 336.3419339 \cdot 2 - 32.34561445 \cdot 4 - 263.6580661 (2+9) + 32.34561445 \cdot 3 + 5.26820938 = 0$$

DIAGRAMMI DELLE AZIONI INTERNE

AZIONE NORMALE

$$NAB = 0$$

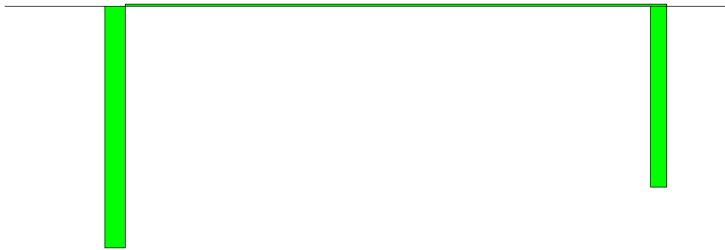
$$NFB = VF = - 336.3419339 \text{ kN}$$

$$NBC = HF = -32.34561445 \text{ kN}$$

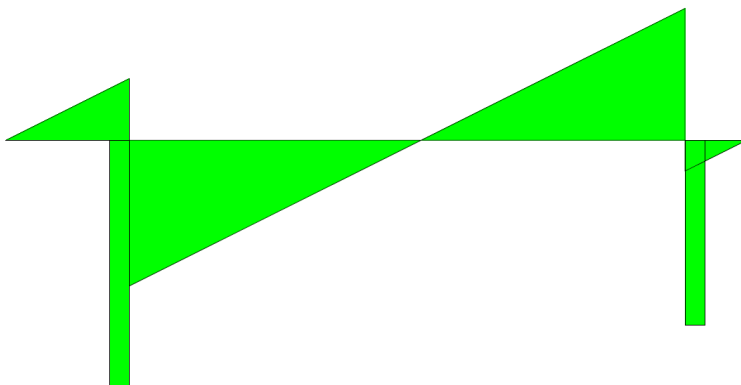
$$NDC = 0$$

$$NEC = VE = -263.6580661 \text{ kN}$$

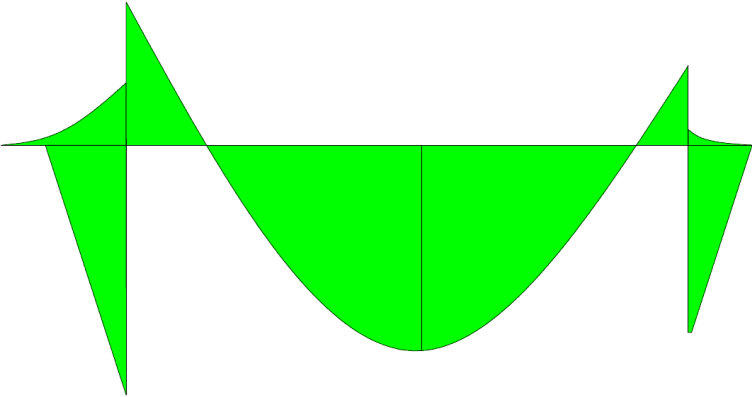
AZIONE NORMALE



AZIONE DI TAGLIO



MOMENTO FLETTENTE



DEFORMATA

