

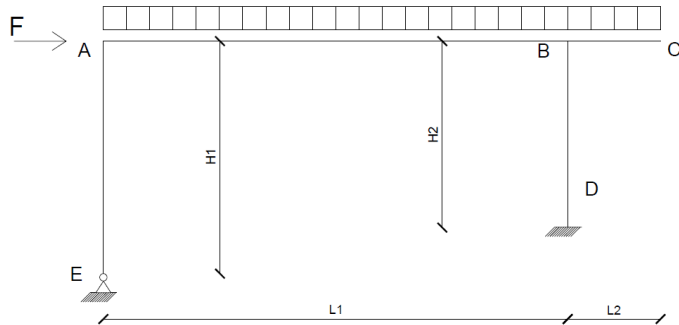
A.A. 2025-2026

C.I. SCIENZA E TECNICA DELLE COSTRUZIONI

MODULO DI TECNICA DELLE COSTRUZIONI

Esercitazione N.4

ESERCIZIO N. 4



DATI:

$$q = 40 \text{ kN/m}$$

$$F = 20 \text{ kN}$$

$$L1 = 10 \text{ m}$$

$$L2 = 2 \text{ m}$$

$$H1 = 5 \text{ m}$$

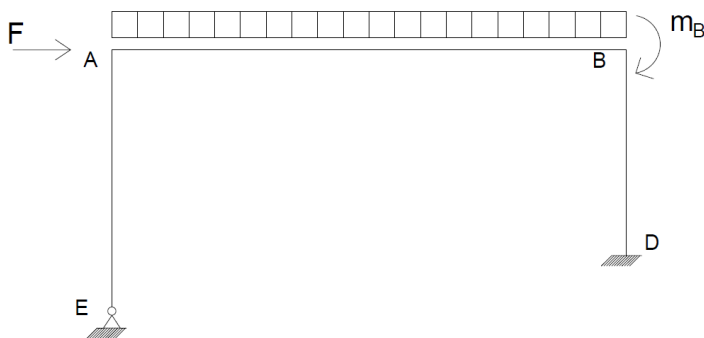
$$H2 = 4 \text{ m}$$

Sezione travi $0.40 \times 0.90 \text{ m}$ momento di inerzia trave $JT = 0.40 \cdot 0.90^3/12 = 0.0243\text{m}^4$

Sezione pilastri $0.40 \times 0.40 \text{ m}$ momento di inerzia pilastro $JP = 0.40 \cdot 0.40^3/12 = 0.002133\text{m}^4$

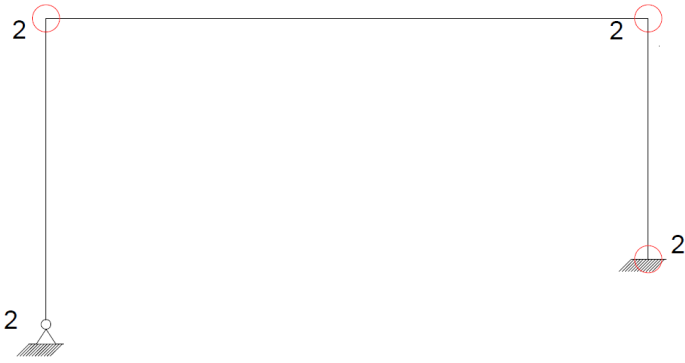
MOMENTI APPLICATI IN SOSTITUZIONE DEGLI SBALZI:

$$M_B = q \cdot L2^2/2 = 80 \text{ kNm}$$



INCOGNITE:

Per determinare se la struttura è a nodi fissi o nodi spostabili i vincoli di continuità vengono sostituiti da cerniere e si valuta se la struttura trasformata è isostatica o ipostatica.



GdL (n. aste = 3): $3 \cdot 3 = 9$

GdV: $2+2+2+2 = 8$

Struttura a nodi spostabili, incognite: φ_A φ_B ψ_{EA} $\psi_{DB} = H1/H2 \psi_{EA}$

LAVORO PREPARATORIO:

ASTA	EJ/L (kNm)	W (U) (kNm)	V (O) (kNm)	S (U) (kNm)	$\mu s x (\mu * s x + 0.5 \text{ m})$ (kNm)	$\mu d x$ (kNm)
EA pilastro	12800	38400	-	38400	-	-
AB trave	72900	291600	145800	437400	-333.3333333	333.3333333
DB pilastro	16000	64000	32000	96000	-	-

SCRITTURA IN FORMA SIMBOLICA DEL SISTEMA RISOLVENTE:

$$(U_{AE} + W_{AB}) \varphi_A + V_{BA} \varphi_B - U_{AE} \psi_{AE} + \mu_{AB} = 0$$

$$(W_{BA} + W_{BD}) \varphi_B + V_{AB} \varphi_A - S_{BD} \psi_{AE} \cdot H1/H2 + \mu_{BA} = m_B$$

$$U_{AE} \varphi_A / H1 + S_{BD} \varphi_B / H2 - U_{AE} \psi_{AE} / H1 - 2 S_{BD} \psi_{AE} / H2 \cdot H1/H2 + F = 0$$

Matrice dei coefficienti

φ_A	φ_B	ψ_{AE}
330000	145800	-38400
145800	355600	-120000
7680	24000	-67680

Vettore termini noti

333.3333333
-253.3333333
-20

OPERATORE IN EXCELL

MATR.PRODOTTO(MATR.INVERSA(matr.coeff);vettore termini noti)

$$\varphi_A = 0.001618348 \quad \varphi_B = -0.001379316 \quad \psi_{AE} = -9.96846E-06$$

$$\psi_{BD} = \psi_{AE} H1/H2 = -1.24606E-05$$

MOMENTI AI NODI

$$M_{EA} = 0 \text{ kNm}$$

$$M_{AE} = U_{AE} \varphi_A - U_{AE} \psi_{AE} = 62.52734399 \text{ kNm}$$

$$M_{AB} = W_{AB} \varphi_A + V_{BA} \varphi_B + \mu_{AB} = -62.52734399 \text{ kNm}$$

$$M_{BA} = W_{BA} \varphi_B + V_{AB} \varphi_A + \mu_{BA} = 167.0799885 \text{ kNm}$$

$$M_{DB} = V_{BD} \varphi_B - S_{DB} \cdot \psi_{EA} H1/H2 = -42.94188669 \text{ kNm}$$

$$M_{BD} = W_{BD} \varphi_B - S_{BD} \cdot \psi_{AE} H1/H2 = -87.0799885 \text{ kNm}$$

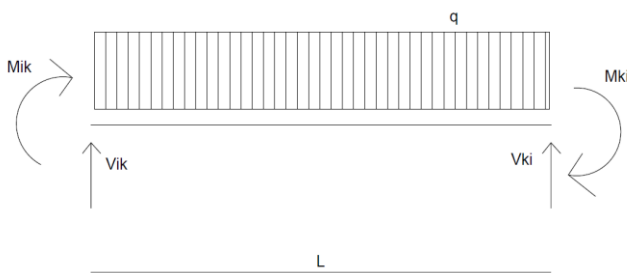
1° CONTROLLO

EQUILIBRIO DEI NODI INTERNI

$$\text{NODO A} \quad M_{AE} + M_{AB} = 0 \quad 62.52734399 - 62.52734399 = 0$$

$$\text{NODO B} \quad M_{BA} + M_{BD} = M_B \quad 167.0799885 - 87.0799885 = 80$$

RISOLUZIONE DELLE ASTE



Per la generica asta per l'equilibrio risulta:

$$V_{ik} = -(M_{ik} + M_{ki})/L + q L/2$$

$$V_{ki} = q L - V_{ik}$$

Equazione del taglio:

$$V_x = V_{ik} - q \cdot x$$

il Taglio è nullo in $x = V_{ik}/q$ in questa sezione è presente il M_{max}

Equazione del momento flettente

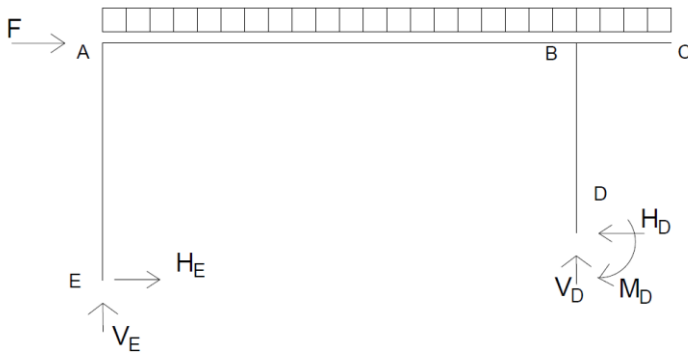
$$M_x = M_{ik} + V_{ik} \cdot x - q x^2/2$$

PILASTRO			TRAVE			PILASTRO		
ASTA EA			ASTA AB			ASTA DB		
MEA	0	kNm	MAB	-62.5273	kNm	MDB	-42.9419	kNm
MAE	62.52734	kNm	MBA	167.08	kNm	MBD	-87.08	kNm
q	0	kN/m	q	40	kN/m	q	0	kN/m
Lunghezza asta	5	m	Lunghezza	10	m	Lunghezza asta	4	m
VEA	-12.5055	kN	VAB	189.5447	kN	VDB	32.50547	kN
VAE	12.50547	kN	VBA	210.4553	kN	VBD	-32.5055	kN
X (m)	Vx (kN)	Mx (kNm)	X (m)	Vx (kN)	Mx (kNm)	X (m)	Vx (kN)	Mx (kNm)
0	-12.5055	0	0	189.5447	-62.52734399	0	32.50547	-42.9419
1	-12.5055	-12.5055	2	109.5447	236.5621271	0.8	32.50547	-16.9375
2	-12.5055	-25.0109	4	29.54474	375.6515982	1.6	32.50547	9.066863
3	-12.5055	-37.5164	6	-50.4553	354.7410693	2.4	32.50547	35.07124
4	-12.5055	-50.0219	8	-130.455	173.8305404	3.2	32.50547	61.07561
5	-12.5055	-62.5273	10	-210.455	-167.0799885	4	32.50547	87.07999
			4.738618	0	386.5627407			

RISOLUZIONE SBALZO

SBALZO		ASTA BC	
q		40	
L		2	
VBC		80	
MBC		-80	
X	Vx	Mx	
	0	80	-80
	1	40	-20
	2	0	0

DETERMINAZIONE DELLE REAZIONI VINCOLARI



I segni delle reazioni sono riportati in figura.

$$H_E = V_{EA} = 12.5054688 \text{ kN}$$

$$V_E = V_{AB} = 189.5447355 \text{ kN}$$

$$H_D = V_{DB} = 32.5054688 \text{ kN}$$

$$V_D = V_{BA} + V_{BC} = 290.4552645 \text{ kN}$$

$$M_D = M_{DB} = 42.94188669 \text{ kNm}$$

EQUILIBRIO GLOBALE

EQUILIBRIO ALLA TRASLAZIONE ORIZZONTALE

$$F + H_E - H_D = 20 + 12.505 - 32.505$$

EQUILIBRIO ALLA TRASLAZIONE VERTICALE

$$V_E + V_D - q(L_1 + L_2) = 189.545 + 290.455 - 40(10+2) = 0$$

EQUILIBRIO ALLA ROTAZIONE RISPETTO A A

$$q(L_1 + L_2)^2/2 - H_E H_1 - V_D L_1 + H_D H_2 + M_D = 40(10+2)^2/2 - 12.505 \cdot 5 - 35.505 \cdot 4 + 290.455 \cdot 10 + 42.942 = 0$$

DIAGRAMMI DELLE AZIONI INTERNE

AZIONE NORMALE

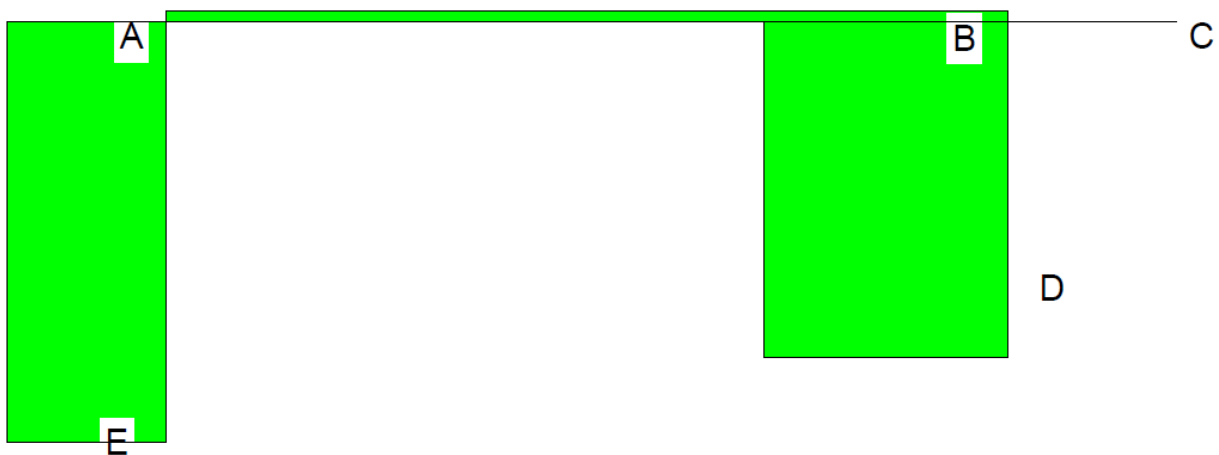
$$N_{AB} = H_E + F = -32.505 \text{ kN}$$

$$N_{EA} = V_E = -189.545 \text{ kN}$$

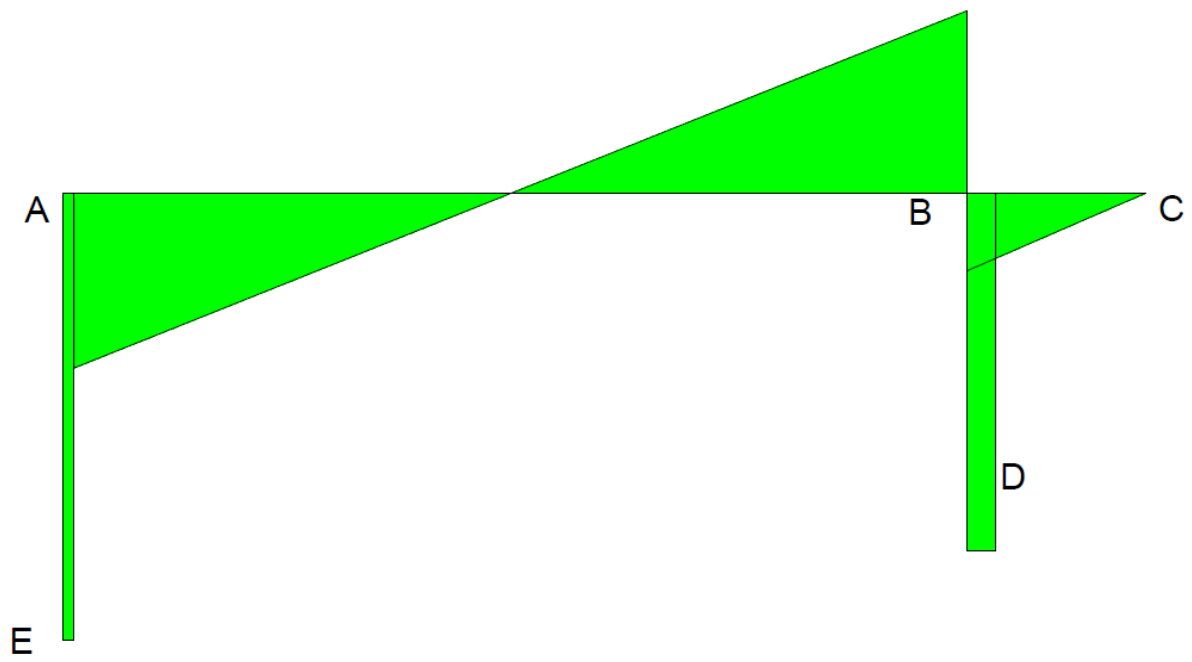
$$N_{DB} = V_D = -290.455 \text{ kN}$$

$$N_{BC} = 0$$

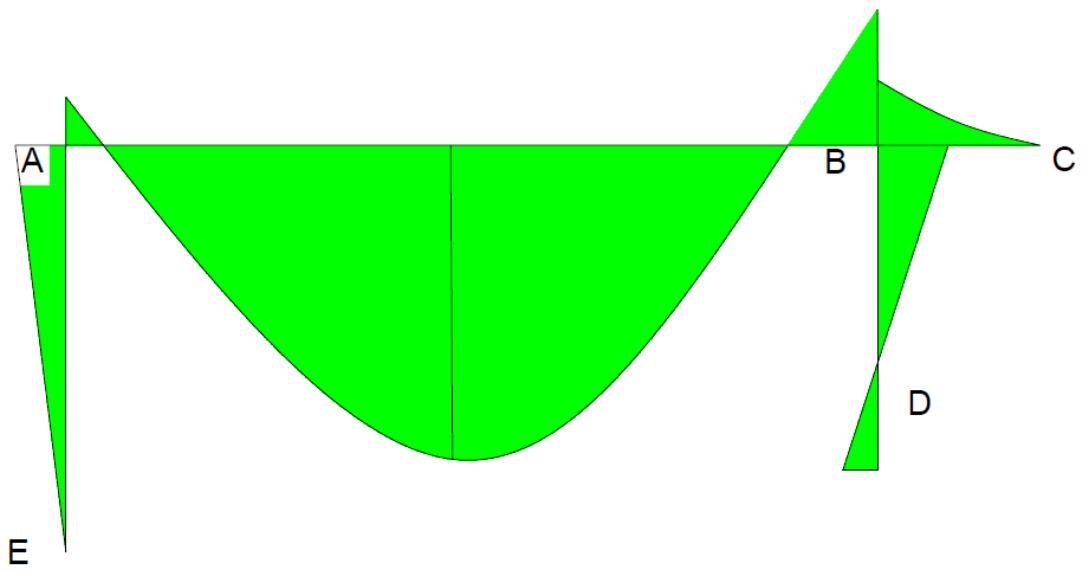
AZIONE NORMALE



AZIONE DI TAGLIO



MOMENTO FLETTENTE



DEFORMATA

